



TITLE:

# 木材の複合構造と粘弾性に関する研究( Dissertation\_全文 )

AUTHOR(S):

大釜, 敏正

---

CITATION:

大釜, 敏正. 木材の複合構造と粘弾性に関する研究. 京都大学, 1976, 農学博士

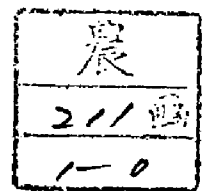
ISSUE DATE:

1976-01-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k1691>

RIGHT:



# 木材の複合構造と粘弾性に関する研究

1975

大 釜 敏 正

# 木材の複合構造と粘弾性に関する研究

1975

大 釜 敏 正

# ~~~~~ 目 次 ~~~~~

序	頁
第 1 章 形状指数 .....	1
要 約 .....	9
第 2 章 緩和弾性率と形状指数 .....	11
2. 1 形状指数の温・湿度依存性 .....	11
2. 2 細胞壁の弾性率 .....	18
要 約 .....	24
第 3 章 モデル構造体の形状指数 .....	25
3. 1 空孔配列の寄与 .....	25
3. 2 巨視的積層構造の寄与 .....	81
3. 2. 1 構成要素の弾性率 .....	81
3. 2. 2 巨視的積層構造の混合則による解析 .....	84
要 約 .....	37
第 4 章 木材横引張における細胞壁内の応力分布 .....	38
4. 1 細胞壁層の主方向における弾性率 .....	40
4. 2 細胞壁モデル .....	41
4. 3 有限要素法による解析 .....	42
4. 4 破壊面と応力分布 .....	52
要 約 .....	54
結 び .....	55
謝 辞 .....	57
引用文献 .....	58
補遺Ⅰ 細胞壁のヤング率 .....	65
補遺Ⅱ 混合則による木材のヤング率算出プログラム .....	67
補遺Ⅲ 細胞壁層の弾性定数 .....	72

## 序

複合材料は異質で異形の材料を、組み合わせ合成することによって、単体では、持ち合わさなかった特性を実現し、要求に適合しうるすぐれた特性をもつ材料であると定義されているが、<sup>1)</sup>木材はまさにその典型である。

木材は 1) 層構造 (年輪, 放射組織, 細胞壁), 2) 網目構造 (一次壁), 3) 繊維構造 (細胞壁層), 4) 分散構造 (細胞) など人工の複合材料にみられる基本的なタイプの複合構造を、<sup>1), 2)</sup>すべて備えているといっても過言でない。ところが、木材におけるこのような複合のしくみは複合設計の目指す目標の一つと考えられるほど有意義な示唆に富んでいるものの、このことがかえって力学的性質と構造との対応関係の解明を困難なものにする原因となってきた。さらに、木材が温・湿度などの雰囲気<sup>3)</sup>に敏感な粘弾性を示すことが、上記の構造のからみ合いから発現する複合効果を一層複雑にしている。

このような理由から、木材の力学的性質に関する研究は、弾性的性質に限った場合でさえ、そのほとんどが均質連続性の仮定をもとに、繊維方向、半径方向および接線方向の 3 主軸をもつ直交異方性体として取り扱われていて、組織構造から弾性的性質を記述しようとする試みは比較的少ない。対応関係を論じた研究もおもに異方性の原因となる個々の因子を対象としてなされていて、木材固有の複合効果の総合的な検討が無視されている。例えば Price に端を発する木材の弾性異方性と巨視的ないし顕微鏡レベルの組織構造との対応関係を論じた諸研究は、<sup>4) ~ 11)</sup>細胞の形態や早・晩材、放射組織 (巨視的積層構造) の寄与についてなされているけれども、前者に着目した研究は後者の寄与の検討を欠き、また、後者との関係を述べた解析では前者の評価がなされていないなど、定性的な域にとどまっている。

他方、微視的レベルにおいては、繊維強化型複合材料について発展をみた積層体の力学をもとに、Mark<sup>12)</sup>が細胞壁の力学解析に関する研究を発表して以来、とくに米国におけるケンタッキー学派を中心に、細胞壁力学の基礎

が築かれつつある。<sup>18)~26) 126)</sup> 電子顕微鏡等の観察機器の発達により、この分野が開かれたことは明白であるけれども、細胞壁の構造、とくに細胞壁層内におけるフィブリルの形状や分布、マトリックスとなるリグニンやヘミセルロースとフィブリルとの界面における形態など力学物性に欠くことのできない複合構造については、今なお、不明の点が多い。したがって、上記細胞壁力学においては幾つかの仮想モデルが設定され、しかも巨視レベルとの対応のとりやすい繊維方向のみが研究対象となっている。

そこで、本論文では、このような木材固有の複合構造の粘弾性異方性に及ぼす複合効果の寄与を、巨視ないし顕微鏡的構造に主眼をおき、検討することを目的とした。

その際、この構造レベルにおける木材の複合構造は繊維方向よりも横方向にその特徴がみられるので、木材横断面におけるそれを中心に論議をすすめた。

ここで、巨視的ないし顕微鏡的構造に着目した理由は、

- (1) 細胞壁層など微視的構造に比し、信頼のおける情報が得られること、
- (2) 細胞壁実質と空隙との2成分からなる多孔体とみなせ、早・晩材や放射組織の寄与も細胞の形状寸度ならびに分布を考慮すれば、多孔構造の一因子として処理できること、
- (3) 木材に特有な性質である異方性は細胞の配列様式や形状分布に起因すると考えられることなどによる。

ところで、一般に複合構造の力学的性質に及ぼす寄与の評価には、一般化された混合則<sup>1) 2)</sup>が用いられていて、その最も単純な形が直列ならびに並列モデルである。本論文における議論は、この一般化された混合則に立脚してなされている。

# 第 1 章 形 状 指 数

木材を空隙と実質との2成分からなる多孔体と考えた場合、木材のヤング率は、一般に

$$E = \theta^n E_s$$

あるいは、対数式に変換した

$$\log E = n \log \theta + \log E_s \quad (1)$$

で与えられる。<sup>28) 36) 122) ~ 125)</sup>ここに、 $\theta$ は木材実質率、 $E_s$ は木材実質のヤング率である。<sup>122) 123)</sup>山田は、(1)式が混合則により与えられる関係と等価であることに着目すると、 $n \log \theta$ は形状係数の意味をもち、木材多孔構造のヤング率への寄与は細胞壁実質の占める割合 $\theta$ と、細胞の幾何学的な形状、配置によって決まる指数 $n$ との2因子によって評価できると考えて、 $n$ を形状指数と定義している。

本研究においても、この考え方をもとに、木材複合構造と粘弾性異方性との関係を検討していくことにする。その際、 $n$ を山田同様形状指数と呼ぶことにした。

つぎに、既往の諸研究をもとに、ヤング率について形状指数を検討し、次章よりの基礎とする。ただし、木材細胞壁実質の比重は樹種による差異が認められず、ほぼ1.50と一定値をとるので、以後、実質率 $\theta$ を比重で換算して研究をすすめる。

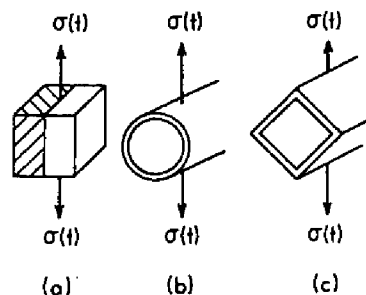


図1 細胞モデル

ヤング率と比重との関係は繊維方向については多くの研究が<sup>27)~31)</sup>なされていて、その場合、ヤング率  $E_L$  と比重  $\rho$  とは比例関係を示していることが各種の報告から知られている。これは形状指数が  $n = 1$  の場合に相当し、図 1 (a) に示すような実質と空隙とからなる並列モデルにより、この方向の挙動は説明できる。すなわち、変形は実質部の伸縮のみに起因し、形態に変化がないことを示している。

繊維に直角方向に力が加わった場合を、図 1 (b) の Price モデル<sup>4)</sup>によって検討すると、みかけの横方向のヤング率  $E_T$  は、

$$E_T = \frac{\pi E_s h^3}{6 (1 - \mu^2) a^3} \times \frac{1}{0.116} \quad (2)$$

となる。ここに、 $2h$  は壁の厚さ、 $a$  はその中央面の半径、 $E_s$  は壁のヤング率、 $\mu$  はポアソン比である。(2) 式の  $a$  と  $h$  の項を木材実質の比重を 1.50 とし、比重  $\rho$  に換算、すなわち、

$$h / (a + h) = (3 - \sqrt{9 - 6\rho}) / 6 \quad (3)$$

を上式に代入し、両辺の対数をとると、

$$\log E_T = \log \frac{\pi E_s}{0.696 (1 - \mu^2)} + 3 \log \frac{\rho}{3 - \rho + \sqrt{9 - 6\rho}} \quad (4)$$

が得られる。この式で右辺の第 1 項は実質のヤング率に関連した定数となり、第 2 項が先に述べた形状係数を表わす。これと比重との関係を低比重域（薄肉円筒の仮定により）で両対数グラフにプロットすると図 2 が得られる。



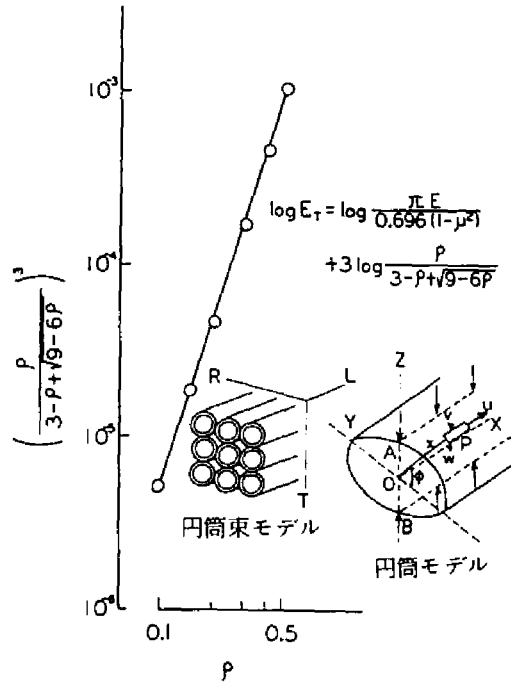


図2 Price モデル<sup>4)</sup>における形状係数  
 $\left\{ \rho / (3 - \rho + \sqrt{9 - 6\rho}) \right\}^3$  と比重  
 $\rho$  との関係

この図から形状指数を求めるとほぼ 2.5 となる。ところが、この円筒モデルでは、横方向の異方性を吟味することはできず、図1(d)に示す角筒モデルの導入が必要となる。すなわち、角筒モデルでは側面に沿う方向では形状指数が1となるが、その負荷方向を変えることにより異方性が検討でき、図示した方向が最も変形しやすい配置をとる。この場合には、

$$\frac{E_s}{E} = \left( \frac{3 + \sqrt{9 - 6\rho}}{\rho} - 1 \right) \left\{ \frac{1}{3} \left( \frac{3 + \sqrt{9 - 6\rho}}{\rho} - 1 \right)^2 + 1 \right\}^{82)} \quad (5)$$

となり、形状指数はほぼ 3.7 となる。このように、横方向の弾性には繊維方向のように並列モデルは適用できず、細胞壁の伸縮以外に形態変化の効果が現われてくることがわかる。

図1(b), (c)のモデルは、細胞が独立に変形する場合を仮定したが、構成細胞群が互いに結合された集合体として、木材の弾性を金谷らは<sup>6)</sup> つぎのように解

析した。すなわち、図3に示すような長形状構造をもとに、細胞が外力を受けた場合、壁に伸縮、曲げ、せん断などの変形が生ずると考え、そのとき、相隣る3細胞壁の形づくる平面的なT字型の単位要素あたりの変形量を求め、全体の変形量をその合計によって与えて、接線方向の弾性率を次のように計算している。

$$E = \frac{1}{(a+b) \left\{ \sum \frac{d_i}{E_i b_i} + \sum \frac{1}{3E_i I_i} \left( \frac{a_{1i}}{a_i^2} - \frac{a_{1i}^2}{a_i^3} \right) a_i + \sum \frac{6}{5} \frac{1}{G_i} \frac{a_{1i}}{a_i} \left( 1 - \frac{a_{1i}}{a_i} \right)^2 a_i \left( 1 + \frac{2a_{1i}}{a_i} \right) \right\}} \quad (6)$$

ここに、 $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ ：図示の寸度、 $E_s$ ：細胞壁の弾性率、 $G$ ：細胞壁の剛性率、 $I$ ：慣性モーメント。なお、比重は  $\rho = \left\{ 1 - \frac{ad}{(a+b)(c+d)} \right\} \rho_0$  ( $\rho_0$ ：細胞壁の比重) で与えられる。

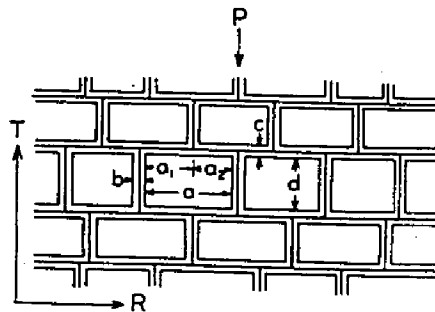


図3 T字型細胞モデル<sup>6)</sup>

- $T$ ：接線方向
- $R$ ：半径方向
- $a$ ：半径方向の細胞内腔径
- $b$ ：接線壁厚
- $c$ ：半径壁厚
- $d$ ：接線方向の細胞内腔径
- $P$ ：外力

これらの式にヒノキ材についての寸度の実測値を与えて形状指数を求めると 2.1 の値をとる。金谷らのモデルでは、半径方向の形状指数は 1 となり、この方向における形態の寄与は評価できない。この点および金谷らのモデルに欠けていた要素間の相互作用を考慮して、Gillis<sup>8)</sup> は金谷らの T 字型モデルを対称性のある Y 字型に修正し、半径・接線両方向のヤング率  $E_r$ ,  $E_t$  をつぎのように算出した (図 4)。

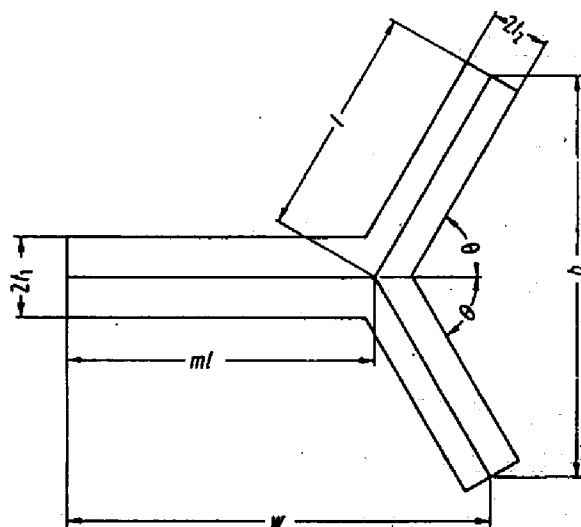


図 4 Y 字型細胞変形要素モデル<sup>8)</sup>

$$\frac{E_R}{E} = \frac{n_2(l/l^*)(m + \cos \theta)}{[1 - \nu^2 a_1 + B \cot^2 \theta] \sin \theta} \quad (7)$$

$$E_T/E = n_2(m + \cos \theta)/D(l^*/l) \sin \theta \quad (8)$$

ここに,

$$\frac{l^*}{l} = 1 - \frac{n_1(2n_2 - n_1 \cos \theta)}{2 \sin \theta (2n_2 + m n_1)} \quad , \quad n_1 = t_1/l \quad , \quad n_2 = t_2/l$$

$$a_1 = A_1/(A_1 + A_2) = 1/(1 + 2n_2/m n_1)$$

$$a_2 = A_2/(A_1 + A_2) = 1/(1 + m n_1/2 n_2)$$

$$B = (1 + \nu) \left[ 2k + \frac{(1 - \nu)}{n_1^2} \right]$$

$$D = (2n_2/n_1) m (1 - \nu^2 a_2) + 2 m \nu^2 a_2 \cos \theta + (1 - \nu^2 a_1) \cos^2 \theta + B \sin^2 \theta.$$

$E, \nu$  = モデル実質のヤング率およびポアソン比

$k$  = 断面係数で 矩形断面の場合  $\frac{8}{2}$

しかしながら、この Y 字型モデルから求めたヤング率は実際に観測される以上に比重の増減に影響される。換言すれば、形状指数（半径方向で 1～3、接線方向で 3）が大きくなり、半径方向はとくに半径壁のつくる角度に大きく左右され、角度の減少とともに接線方向に近づく欠点がある。

このような細胞の形態変化の効果に着目して、山井<sup>38)</sup>、Hearmon<sup>34)</sup> およびその他の研究者<sup>27)</sup>らの報告にあるヤング率の実測値を用いて、山田<sup>85)</sup> および金谷<sup>6)</sup>らは形状指数を半径方向で 1.2、接線方向で 1.8 と見積り、また、Bodig と Goodman<sup>86)</sup> はヤング率の比重依存性をみた研究で Hearmon および彼らの実験値から針葉樹材半径方向で 0.99、接線方向で 1.4、広葉樹材ではそれぞれ 1.2、1.6 の値を求めている。これらの値はいずれも先のモデル値より小さいことがわかる。

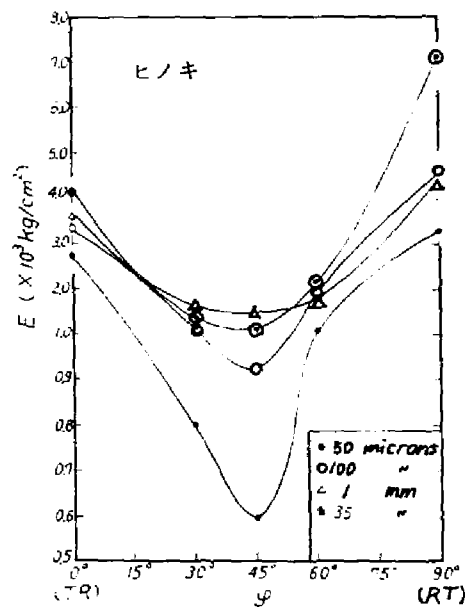


図5 ヤング率  $E$ 、年輪傾角  $\phi$  および  
試片厚さの関係<sup>7)</sup>

金谷らは<sup>6) 7)</sup> 上記のモデル値と実験値との差を木口試片における厚さの効果と考えており(図5)、この寄与は無視することはできないであろう。しかしながら、彼らのモデルは細胞の形状寸度の分布は考慮されているが、その集合状態、すなわち、年輪や放射組織の構成する積層構造が考慮されておらず、接線方向ではとくに弾性特性を異にする早・晩材が並列に配向するためこの寄与は大きい。同様に半径方向では放射組織の効果は無視することはできない。このような積層構造に着目したのが、Ylinen<sup>10)</sup>、Schnie-  
wind<sup>11)</sup> である。しかしながら、Boutelje<sup>9)</sup>、Price<sup>4)</sup> が指摘しているように Ylinen の解析では  $E_r > E_\theta$  となる場合も生じ、このような積層構造のみでなく、早・晩材部における細胞の形状の寄与を考慮する必要があることを示唆している。

なお、以上検討してきた細胞の形状のヤング率への寄与を評価するための解析モデルは組織構造の単純な針葉樹材に限定されていることを付記しておく。

以上、半径および接線の2方向についてのみ検討してきたが、任意の方向における形状指数を、山井の<sup>88)</sup>データをもとに求めた結果を表1に示す。

表1 ヤング率の比重依存性<sup>88)</sup>

		回 帰 方 程 式	相 関 係 数
T R 面 年輪傾角	0° (R)	$\log E = 4.341 + 0.957 \log \rho$	0.828
	15°	$\log E = 4.546 + 2.681 \log \rho$	0.979
	30°	$\log E = 4.582 + 3.645 \log \rho$	0.981
	45°	$\log E = 4.513 + 3.761 \log \rho$	0.980
	60°	$\log E = 4.401 + 3.309 \log \rho$	0.975
	75°	$\log E = 4.237 + 2.248 \log \rho$	0.946
	90° (T)	$\log E = 4.080 + 1.199 \log \rho$	0.785
L R 面 木理角	0° (L)	$\log E = 5.244 + 0.558 \log \rho$	0.667
	15°	$\log E = 5.066 + 0.797 \log \rho$	0.948
	30°	$\log E = 4.803 + 1.008 \log \rho$	0.959
	45°	$\log E = 4.576 + 0.997 \log \rho$	0.919
	60°	$\log E = 4.444 + 0.984 \log \rho$	0.892
	75°	$\log E = 4.370 + 0.974 \log \rho$	0.838
	90° (R)	$\log E = 4.344 + 0.961 \log \rho$	0.828
L T 面 木理角	0° (L)	$\log E = 5.254 + 0.584 \log \rho$	0.695
	15°	$\log E = 5.021 + 0.855 \log \rho$	0.931
	30°	$\log E = 4.665 + 1.035 \log \rho$	0.942
	45°	$\log E = 4.400 + 1.125 \log \rho$	0.911
	60°	$\log E = 4.224 + 1.175 \log \rho$	0.859
	75°	$\log E = 4.121 + 1.213 \log \rho$	0.747
	90° (T)	$\log E = 4.088 + 1.212 \log \rho$	0.796

R : 半径方向, T : 接線方向

L : 繊維方向

E : ヤング率 (  $\text{kg/cm}^2$  )

$\rho$  : 気乾比重

比重が狭い範囲に限られていて、定量的に検討するには不十分であるけれども、定性的には木理角および年輪傾角を介して形態変化の寄与をとらえることができよう。すなわち、形状指数（ $\log \rho$  の係数）は 1.0 ～ 3.8 の値をとり、先の図 1 のモデルから推定した値と一致し、年輪傾角  $45^\circ$  で最大の値 3.8 をとることがわかる。この値は金谷<sup>7)</sup>、藤田<sup>37)</sup> および筆者<sup>38)</sup> らの細胞の変形状態についての顕微鏡観察結果からもこの方向が最大値をとることは予測できる。

一方、他の多孔体では、各種の実験式<sup>38)～43)</sup> が報告されていて、(1) 式に相当する式も用いられており、例えば、焼結鉄で約 3.4 の指数値となり、いずれも 3 前後の高い値が報告されている。これらの材料は木材と異なり、等方体として扱われていて、しかも、各種のモデルから求めた理論式にもほぼ合うことが報告されている。

## 要 約

木材を空隙と実質の 2 成分からなる多孔体と考えるとヤング率は、

$$E = \theta^n E_s$$

あるいは、

$$\log E = n \log \theta + \log E_s$$

で与えられ、木材の弾性への細胞の形状、分布、壁厚などの多孔構造の寄与は上式の  $\theta$  と  $n$ （形状指数）との 2 因子によって評価できることを示し、この  $\theta$  を比重  $\rho$  におきかえて形状指数について検討した。

図 1 (a) に示す変形が伸縮のみのときには形状指数は 1 となり、円筒および角筒モデルのように形状の効果がその変形に加わると、形状指数は 2.5 および 3.7 の値をとること、また、細胞が連続した構造配置を考慮した金谷らの解析モデルからは接線方向で 2.1、Gillis のモデルからは半径方向で 1 ～ 3、接線方向で約 3 という値をとることを示した。

他方、山井、Hearmon による実測値から推定した形状指数は半径方向で 1.2，接線方向で 1.8 の値をとり、この値は Bodig と Goodman の指数値とほぼ一致するが、上記の解析モデルで考慮された構造因子のほかに、さらに、早・晩材、放射組織および試片厚さなどの寄与を考慮すべきことが示唆された。

また、年輪傾角および木理角依存性が山井のデータをもとに検討され、木材の形状指数は 1～4 の範囲にあることが推定できた。



## 第 2 章 緩和弾性率と形状指数

前章では出所を異にするヤング率の諸測定値から形状指数が求められているため、測定方法や条件が一定してはいないので、その値は近似的なものとなさされる。そこで、測定条件を厳密に規制した値を求めるとともに、時間の効果をみるため、緩和弾性率を半径・接線両方向について求め、その形状指数について検討する。

前述したように、木材を細胞壁実質と空隙とからなる多孔体と考えると、弾性率は細胞の変形に關与する項と細胞壁実質の弾性率との積で与えられるが、温・湿度などの環境因子が主としてそのいずれに影響するかをも考えねばならない。そのためには、木材が力学的に安定および不安定な構造配置をとる 2 領域、すなわち、 $\tan \delta$  値が最小値をとる近傍の 20℃, 45% R. H.,<sup>47)~49)</sup> および極大値をとる飽湿、50℃<sup>50)~52)</sup> の雰囲気のもとで試験を行なって比較検討する必要がある。

### 2・1 形状指数の温・湿度依存性

#### (I) 安定状態 (20℃, 45% R. H.) での形状指数

この種の研究は供試する樹種が多いほど好都合であるが、ここでは実

表 2 供 試 材

樹 種	気乾比重
1. バルサ ( <i>Ochroma</i> spp.)	0.0838—0.106
2. キリ ( <i>Paulownia tomentosa</i> Steud.)	0.240 —0.283
3. スギ ( <i>Cryptomeria japonica</i> D. Don)	0.380 —0.397
4. ヒノキ ( <i>Chamaecyparis obtusa</i> Endl.)	0.450 —0.454
5. クスノキ ( <i>Cinnamomum camphora</i> Sieb.)	0.471 —0.491
6. アカマツ ( <i>Pinus densiflora</i> Sieb. et Zucc.)	0.533 —0.540
7. ホオノキ ( <i>Magnolia obovata</i> Thunb.)	0.520 —0.540
8. ブナ ( <i>Fagus crenata</i> Blume)	0.514 —0.567
9. ケヤキ ( <i>Zelkova serrata</i> Makino)	0.705 —0.729
10. シラカシ ( <i>Quercus myrsinaefolia</i> Blume)	0.874 —0.901
11. イスノキ ( <i>Distylium racemosum</i> Sieb. et Zucc.)	0.958 —1.09

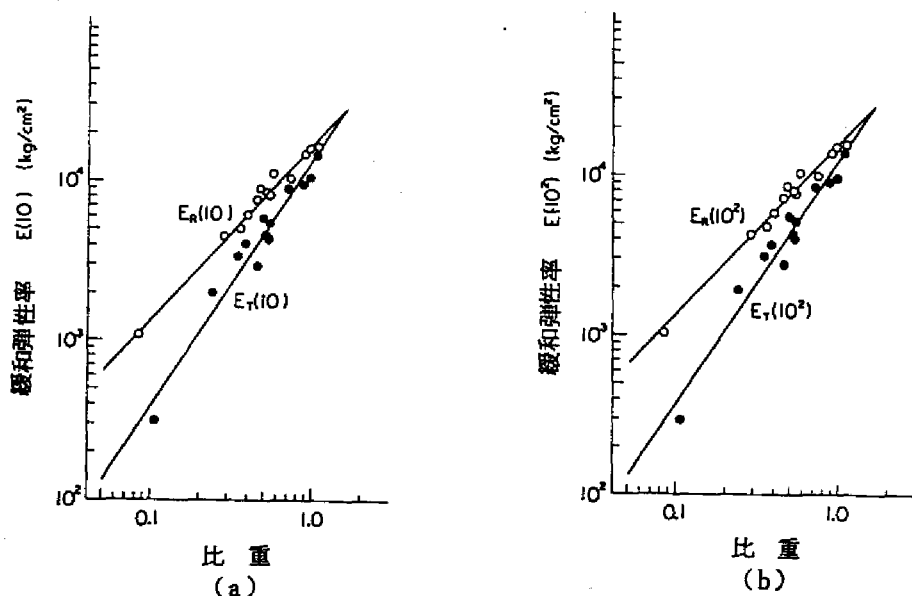
験省力化のため、低比重のものから高比重のものにわたり、しかも、針葉樹材、広葉樹材（散孔材、環孔材、放射孔材など）の特徴を考慮して表2に示す11樹種を選びだした。

なお、試片厚さは次章のモデル実験との対応を考慮して1mmとした。用いた試験機は東洋測器社（現東洋ボールドウィン社）製テンシロン（Model UTM-II, SS-105D-UTM）である。

緩和弾性率は静的引張試験より0.4%ひずみ時のそれ、および応力レベル30%で100分までの応力緩和測定から $10^2$ 、 $10^3$ 秒のそれらを算出した。

上記の測定から得られた緩和弾性率と比重との関係を図6、また、これらの結果を表3にまとめて示す。

表から明らかなように半径・接線両方向とも、相関の高い直線関係となり、形状指数は半径方向で1.1に近く、接線方向では1.5となる。この理由として図7に示した模型にみられるように、半径方向ではその方向に長い細胞横断面をもつ細胞が、規則正しく、ほぼ直線的に配列して



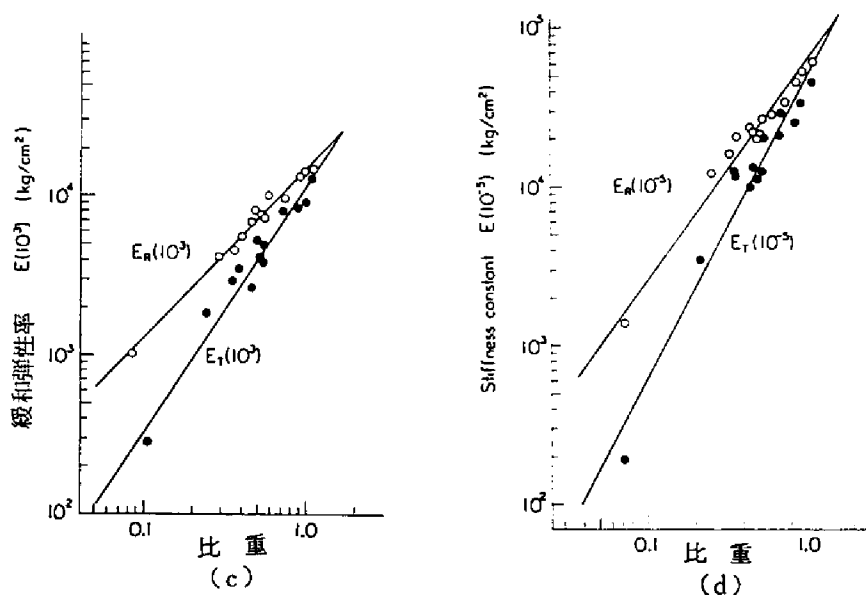


図6 緩和弾性率の比重依存性 (20℃, 45% R.H.)  
R:半径方向, T:接線方向

いること、また放射組織が存在することなどから先のモデル(a) (図1)に属するパターンをとるため1に近い形状指数をとるが、針葉樹材早材部に顕著である湾曲した半径壁をもつ細胞が見出されること、また、広葉樹材では内腔径の大きな道管の存在により細胞の配列に乱れが生ずるなど、樹種によって細胞壁の形状および配列が種々であって、半径方向

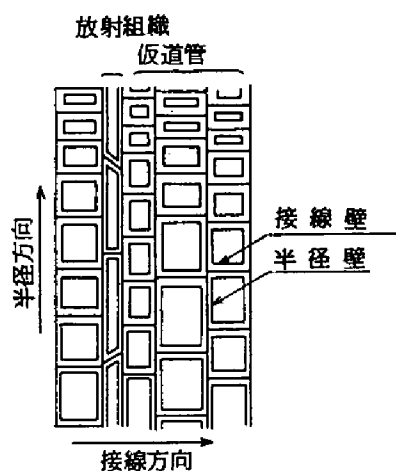


図7 針葉樹材横断面の模式図

表 3 緩和弾性率の比重依存性 (20℃, 45% R.H.)

時 間 (秒)	回 帰 方 程 式	相 関 係 数
10	$R : \log E (10) = 4.23 + 1.08 \log \rho$ $T : \log E (10) = 4.13 + 1.53 \log \rho$	0.990 0.972
$10^2$	$R : \log E (10^2) = 4.20 + 1.07 \log \rho$ $T : \log E (10^2) = 4.10 + 1.53 \log \rho$	0.990 0.962
$10^3$	$R : \log E (10^3) = 4.18 + 1.06 \log \rho$ $T : \log E (10^3) = 4.08 + 1.52 \log \rho$	0.990 0.973
$10^5$ (stiffness constant <sup>注1)</sup> )	$R : \log E (10^5) = 4.79 + 1.41 \log \rho$ $T : \log E (10^5) = 4.69 + 1.90 \log \rho$	0.981 0.967

$R$  : 半径方向,  $T$  : 接線方向,  $E(t)$  : 緩和弾性率 (kg/cm<sup>2</sup>),  
 $\rho$  : 気乾比重

注 1) 参考のため刺激が衝撃型で与えられる動的弾性率についての結果を図 6 (d) に示す。  
測定には圓井製作所製超音波縦波伝ば測定器を用い, 測定周波数は 20 KHz である。

図中の stiffness constant は

$$V = \sqrt{C/\rho} \quad (9)$$

$V$  : 音速,  $\rho$  : 密度

で与えられる量であり, Hearmon<sup>53)</sup>は縦波の場合, ポアソン比が 0 であれば  $C$  はヤング率と等しく, ポアソン比が 0.3 の場合  $C = 1.35 E$  となることから,  $C$  は実際のヤング率とはならず, それより 10~40% 高いことを示している。このように不均質異方体である木材に一般固体で成立する音速と弾性率との関係式<sup>54) 55)</sup>はあてはまらず, この分野の理論解析が待たれる。

しかしながら, 比重と stiffness constant の関係は静的の場合と同様, 相関の高い直線関係が得られ, 形状指数は半径方向で 1.4, 接線方向で 1.9 という前述の結果より大きな値をとる。

の壁の配列が真の直線とはならず、1よりやや大きな値をとるものと考えられる。

接線方向では、細胞壁が半径方向のように直線状に配列しておらず、むしろ先のモデル (b) ないし (c) (図1) に近いパターンをとり、曲げあるいはせん断など伸縮ひずみ以外の変形を受けるため、形状指数を大きくするものと考えられる。

つぎに、形状指数の時間依存性をみると、半径、接線両方向とも時間依存性はみられない(表3)。このことから、20℃、45% R.H. 近傍の雰囲気のもとでは、応力レベル30%以下の領域の木材の緩和機構に細胞の形状や配列状態など幾何学的因子の影響はないとみなすことができる。

#### (Ⅱ) 不安定状態(50℃、飽水)での形状指数

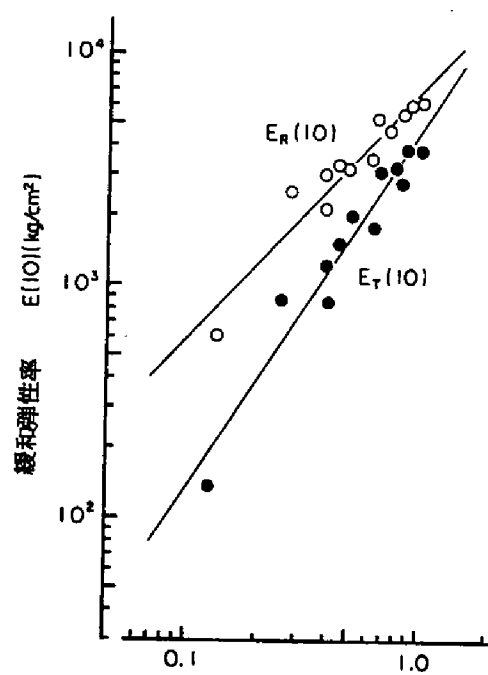
(Ⅰ)では実質部の挙動が安定と考えられる気乾・室温の雰囲気では形状指数が求められたが、木材の力学挙動は温・湿度などの環境因子に大きく依存することが知られている。つぎに、緩和弾性率が特異な挙動を示す領域である50℃、飽水の条件下で形状指数を求め、(Ⅰ)の結果と比較検討する。

供試材および試験方法は(Ⅰ)と同じであるが、試験には新興通信社製TOM—5000X型万能引張圧縮試験機を用い、温度のコントロールは移動クロスヘッドの下部に二重構造をもつ水槽をとりつけ槽の外周に一定温度の水を循環させることによって行なった。また、温度に起因する種々の影響を取除くため、試片は試験前に測定温度のもとで2時間浸漬処理を施した。

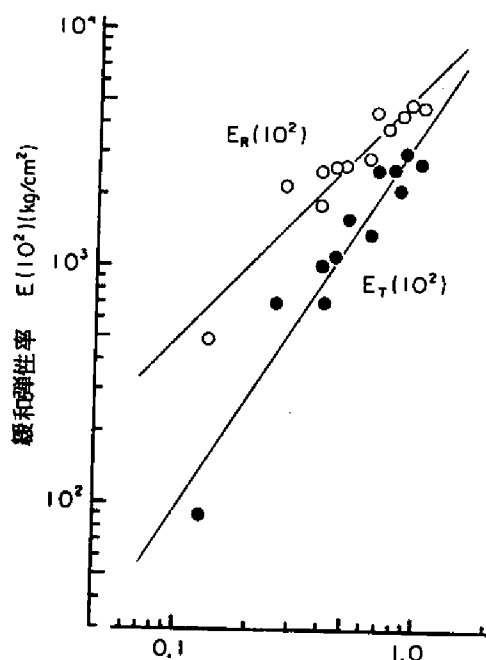
10、10<sup>2</sup> および10<sup>3</sup>秒の緩和弾性率と比重 $\rho_0$ との関係をそれぞれ図8(a)、(b) および(c)に、また、これらの回帰方程式を表4に示す。なお横軸に示した比重は細胞壁内腔に水の存在しない膨潤状態のそれであって、次の方法で求めた。細胞内腔の容積の変化が膨潤に際して無視できるとすると、木材の最大含水率<sup>27)</sup>は、

$$u_{max} = (1.50 - R) / 1.50 R \quad (10)$$

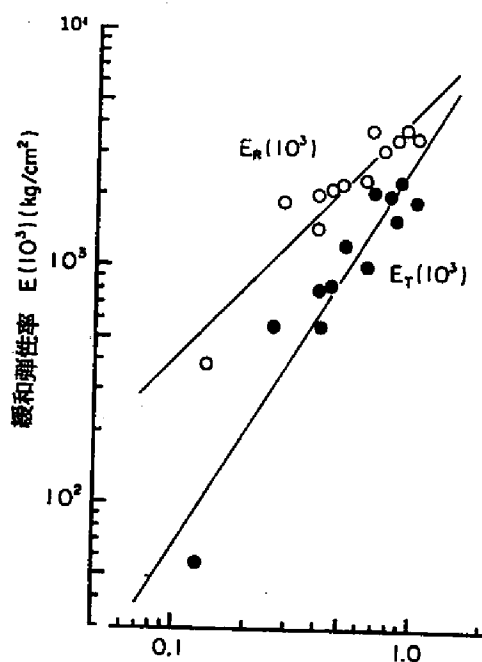
で算出できる。ここにRは容積密度数であり、細胞壁実質の比重を1.50と



比重  
(a)



比重  
(b)



比重  
(c)

図8 緩和弾性率の比重依存性  
(50℃, 飽水)  
R: 半径方向, T: 接線方向

表 4 緩和弾性率の比重依存性 (50℃, 飽水)

時間 (秒)	回 帰 方 程 式	相 関 係 数
10	R: $\log E(10) = 3.838 + 1.063 \log \rho_g$ T: $\log E(10) = 3.657 + 1.532 \log \rho_g$	0.957 0.966
$10^2$	R: $\log E(10^2) = 3.744 + 1.046 \log \rho_g$ T: $\log E(10^2) = 3.555 + 1.571 \log \rho_g$	0.945 0.956
$10^3$	R: $\log E(10^3) = 3.649 + 1.026 \log \rho_g$ T: $\log E(10^3) = 3.451 + 1.621 \log \rho_g$	0.932 0.942

R: 半径方向, T: 接線方向,  $E(t)$ : 緩和弾性率 ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ),  
 $\rho_g$ : 細胞内腔に水の存在しない膨潤時の比重 (Ⅲ式より算出)

した。供試材から得られる最大含水率と上式で得られたそれとを容積密度数をもとに比較したのが図 9 であり、両者はよく一致していることがわかる。したがって、細胞内腔に水のない膨潤状態の木材の比重<sup>27)</sup>は、

$$\rho_g = 1.28R \quad (\text{Ⅲ})$$

で与えられる。

表 4 から明らかなように、(I)と同様、半径、接線両方向とも高い相関の直線関係が得られ、形状指数は半径方向で 1 に近く、接線方向で 1.5 ないし 1.6 の値をとる。この 2 方向における形状指数の相違は前節で述べたように細胞の形状寸度およびその分布に起因するものと考えられる。また、形状指数は両方向とも時間にほとんど依存しないこともわかる。

かくして、前節および本節の結果から応力レベル 30% 以下では、形状指数は時間および雰囲気依存しない量であることがわかる。換言すれば、

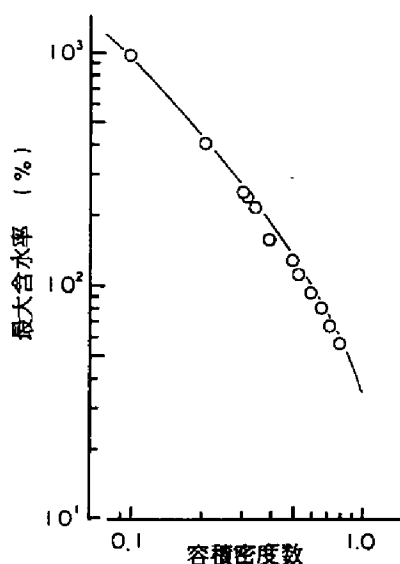


図 9 最大含水率と容積密度数

実線はⅢ式より計算した値であり、  
 白丸は実測値を表わす。

細胞の幾何学的形状寸度および分布など木材多孔構造は主として異方性に関与するが、その緩和機構は細胞壁の構造によるものと考えられる。

本実験の雰囲気のもとでの木材の変形量は比較的大きいので、大変形域における形状指数が検討可能である。

形状指数のひずみ依存性を示したのが、表5である。弾性率は定ひずみを与えるに要する応力の比、すなわち、割線モジュラスとして、応力—ひずみ曲線から求めたものである。

表から明らかなように、

$$\log E = n \log \theta + \log E_s$$

の関係は成立ち、形状指数はひずみにはほとんど依存しない量であることがわかる。

表5 形状指数のひずみ依存性 (50℃, 飽水)

ひずみ (%)	回 帰 方 程 式	
	半径方向	接線方向
0.2	$\log E = 3.889 + 1.140 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.671 + 1.541 \log \rho_\phi$
0.4	$\log E = 3.846 + 1.097 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.638 + 1.530 \log \rho_\phi$
0.6	$\log E = 3.811 + 1.067 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.605 + 1.533 \log \rho_\phi$
0.8	$\log E = 3.779 + 1.044 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.572 + 1.544 \log \rho_\phi$
1.0	$\log E = 3.743 + 1.020 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.540 + 1.554 \log \rho_\phi$
1.2	$\log E = 3.714 + 0.999 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.508 + 1.554 \log \rho_\phi$
1.4	$\log E = 3.683 + 0.979 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.478 + 1.558 \log \rho_\phi$
1.6	$\log E = 3.656 + 0.964 \log \rho_\phi$	$\log E = 3.449 + 1.559 \log \rho_\phi$
1.8		$\log E = 3.423 + 1.559 \log \rho_\phi$
2.0		$\log E = 3.396 + 1.552 \log \rho_\phi$
2.2		$\log E = 3.371 + 1.548 \log \rho_\phi$
2.4		$\log E = 3.349 + 1.546 \log \rho_\phi$
2.6		$\log E = 3.329 + 1.542 \log \rho_\phi$
2.8		$\log E = 3.308 + 1.534 \log \rho_\phi$
3.0		$\log E = 3.287 + 1.525 \log \rho_\phi$

$E$  : 割線モジュラス,  $\rho_\phi$  : 細胞内腔に水の存在しない膨潤時の比重, 相関係数はいずれも 0.925 以上である。

## 2. 2 細胞壁の弾性率

2.1 (I)および(II)における半径方向と接線方向との緩和弾性率—比重曲線の交点における比重と緩和弾性率を表6に示す。

細胞壁は多孔性でなく、<sup>56)</sup> 任意の含水率における細胞壁の体積は吸着され



表 6 緩和弾性率—比重曲線の外挿値

		10	$10^2$	$10^3$ (秒)
20℃, 45% R.H.	$E$	2.89	2.74	2.62
	$\rho$	1.64	1.67	1.67
50℃, 飽水	$E$	1.61	1.32	0.986
	$\rho_{\phi}$	2.23	2.29	2.15

$E$ : 緩和弾性率 ( $\times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ ) ,  $\rho$ : 比重

た水の体積分だけ膨脹するとの仮定のもとに、<sup>57)</sup>(I)で述べた雰囲気での平均含水率 10%に対する細胞壁の比重を算出すると 1.47 となり、また、(II)の細胞壁が最大に膨潤した状態のそれは 1.35 となる。ただし、計算値は細胞壁の真比重を 1.50 とし、温度による寄与は無視した場合である。この細胞壁の比重に外挿したときの緩和弾性率値を各々の雰囲気について表 7 に示す。

表 7 細胞壁の比重 (1.47 および 1.35) に外挿した緩和弾性率 ( $\times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ )

		10	$10^2$	$10^3$ (秒)
20℃, 45% R.H. ( $\rho = 1.47$ )	$R$	2.56	2.40	2.28
	$T$	2.44	2.27	2.14
50℃, 飽水 ( $\rho_{\phi} = 1.35$ )	$R$	0.947	0.759	0.606
	$T$	0.719	0.575	0.459

$R$ : 半径方向,  $T$ : 接線方向

表 6 および 7 から明らかなように、上記 11 樹種による実験結果によれば、細胞の幾何学的因子の寄与がなくなる上記の比重域で半径、接線両方向の緩和弾性率—比重曲線は交わらず、半径、接線両方向における空隙のない木材の緩和弾性率に異方性が存在する。このことは飽湿、50℃の場合

にとくに顕著である。

木材が各種の細胞の集合体であり、これら細胞の半径および接線壁でフィブリル傾角、壁層厚、壁孔の数を異にし、これらは早材、晩材の両領域で異なり、しかも、広範囲に分布すること、さらに、垂直組織と構造および化学組成を異にする木材唯一の水平構成要素である放射組織が存在することに起因し、これらの変量の組合せによる平均的な量としての半径、接線両方向の値には異方性が現われてくるものと考えられる。それゆえ、緩和弾性率—比重曲線の交点として求められる比重と緩和弾性率の値は垂直組織実質の横方向におけるそれぞれの近似的な値を示すことになる。

つぎに、細胞壁の弾性率について、静的引張試験における外挿値および山田ら<sup>35)</sup>による推定値  $3 \sim 4 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$  と Mark<sup>18)</sup> の計算値および Schniewind<sup>19)</sup> が仮道管について設定した仮想モデルをもとにした筆者の計算値とを比較検討する。

細胞壁の弾性率を論じた研究は積層構造体力学の概念をもとに、Mark,<sup>12)~14)18)</sup> Cave,<sup>21)22)</sup> Schniewind,<sup>19)20)</sup> Gillis,<sup>15)</sup> Tang<sup>16)17)</sup> により報告されているが、いずれの場合も第1章で述べた形状指数が1の場合、すなわち、変形が実質部の伸縮のみである繊維方向を主として取り扱い、横方向のそれは Mark<sup>18)</sup> が特定のモデルの細胞の周方向について算出しているにすぎない。

Mark<sup>14)</sup> は Schniewind<sup>19)</sup> が設定した早材、移行部、晩材および圧縮あて材を想定した6種のモデルを修正し、細胞の長軸方向の引張下にある壁内の応力分布ならびに壁の弾性率を検討した。このモデルを用いて細胞壁の横方向(ただし、周方向)の弾性率を求めると、表8の結果が得られる。<sup>1)11)~23)</sup>

表8 細胞壁のヤング率

早材			あて材	晩材	
1	2	8		1	2
3.18	2.70	2.21	2.28	1.73	1.27

( $\times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ )

なお、計算に用いた基礎データ<sup>14)</sup>を表9および10に示す。

表9 壁層割合とフィブリル傾角<sup>14)</sup>

	M + P		S1		S2		S3	
	壁層割合	フィブリル傾角	壁層割合	フィブリル傾角	壁層割合	フィブリル傾角	壁層割合	フィブリル傾角
早材 1	0.15	90°	0.3	80°	0.4	40°	0.15	70°
2	0.13	90°	0.245	80°	0.5	40°	0.125	70°
3	0.11	90°	0.18	80°	0.6	30°	0.11	70°
あて材	0.07	90°	0.28	80°	0.65	40°	—	—
晩材 1	0.09	90°	0.13	80°	0.7	25°	0.08	70°
2	0.07	90°	0.08	80°	0.8	10°	0.05	70°

表10 構成成分と壁層の弾性定数<sup>14)</sup>

	ヤング率		せん断弾性係数	ポアソン比	
	$E_L$	$E_T$		$\nu_{LT}$	$\nu_{TL}$
マトリックス	204.	204.	78.5	0.3	0.3
骨格 (セルロース)	13700.	2770.	449.	0.1	0.02
M + P (骨格: 10.1%)	1567.	225.	85.6	0.28	0.04
S1, S2, S3 (骨格: 53.1%)	7370.	401.	139.7	0.19	0.01

L: フィブリル方向  
T: フィブリルに垂直方向

( $\times 10^2 \text{ kg/cm}^2$ )

また、Mark の計算値を図10に示す。

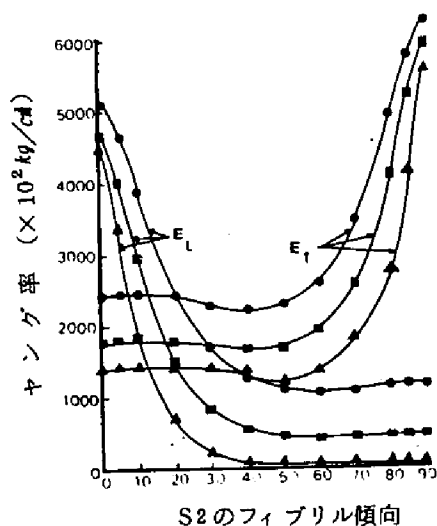


図10 細胞壁の弾性率<sup>18)</sup>

L: 細胞長軸方向  
T: 細胞周方向

マトリックスの  
ヤング率 ( $\times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ )

- 7.03
- 2.04
- ▲  $2.04 \times 10^{-2}$

計算結果および図 10 から、細胞壁の弾性率について外挿値は計算値より低いことがわかる。

計算値によれば、細胞壁の弾性率は壁層厚およびフィブリル傾角によりその値は大きく影響を受けることを示しており、さらに図 10 に示す Mark<sup>18)</sup>の結果はマトリックス材料の弾性的性質にも依存することを示している。また計算結果は形態の効果の大きい薄壁の早材部は形態効果の比較的小さい厚壁の晩材部より細胞壁は高い弾性率を有することを示している。

以上の弾性率はいずれも細胞の周方向における値であるが、形態の効果のなくなる比重域での細胞の横方向の弾性率には周方向に垂直な方向のその寄与を算入する必要がある。次に一つの試みとして、単純なモデルを設定し、内腔のない細胞壁——細胞壁実質——の弾性率の評価を試みてみよう。

細胞壁に垂直方向の弾性率は前述の Mark が設定した 6 種のモデルの壁層割合の平均を用い、各壁層が直列に配列していることを考慮すると、混合則から  $3.68 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$  の値が得られる。また、周方向におけるそれは先の計算値の平均として  $2.28 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$  となる。

これら両方向の弾性率をもつ要素が同一体積割合で図 11 に示すような

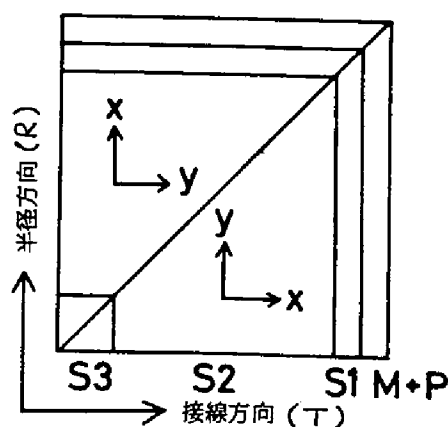


図 11 細胞壁モデル

配置をとり、図の  $R-T$  面内の平面応力場を仮定すると、細胞壁の取りうる弾性率  $E$  の上下限値は最小ポテンシャルエネルギーおよび最小仕事の定理から次式で与えられる。<sup>58)~65)</sup> (注2：補遺Iに示す)。

$$E_{low} \leq E \leq E_{up} \leq E_{up}^* \quad (12)$$

$$E_{low} = \int_0^1 \frac{E_x E_y}{(E_y - E_x)V + E_x} dV = \frac{E_x E_y}{E_y - E_x} \ln \frac{E_y}{E_x} \quad (13)$$

$$\frac{1}{E_{up}} = (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) \int_0^1 \frac{(E_x - E_y)V - E_x}{(E_x - E_y)^2 V^2 - (E_x - E_y)^2 V + \{(E_y \nu_{xy})^2 - E_x E_y\}} dV \quad (14)$$

$$\frac{1}{E_{up}^*} = \int_0^1 \frac{dV}{(E_x - E_y)V + E_y} = \frac{1}{E_y - E_x} \ln \frac{E_y}{E_x} \quad (15)$$

$E_x$  : 垂直方向の弾性率,  $E_y$  : 周方向の弾性率  
 $\nu$  : ポアソン比

ただし、 $E_{up}^*$  はポアソン比を無視した上限の近似値である。

$E_{up}^*$  と  $E_{low}$  の両式に上記の値を代入すると、

$$8.01 \times 10^4 \leq E \leq 1.05 \times 10^5 \quad (\text{kg/cm}^2)$$

の値が得られる。このように、細胞の垂直および周方向の両要素を考慮した解析を行なったにもかかわらず、計算値は実験値からの推定より2~3倍高い値をとる。

これらの計算はフィブリルが整然と配列した理想的なモデルについての計算値であるが、細胞壁にはフィブリルの配列を乱す壁孔のような要素が存在する。このような寄与の評価をFRPなど複合材料の解析に用いられているミス・アラインメント係数<sup>1)</sup>に相当する量で考慮することが必要であり、Cave<sup>21)</sup>の解析にみられるような同一層内でのフィブリルの分布を考慮することも重要となることが、先の外挿値との比較からも明らかである。

また、細胞壁の垂直および周方向要素が図 11 に示したような構造配置をとることはなく、実際には曲線で与えられるべきであって、弾性率が本解析のように 2 種でなくその間の値をとりながら変化すること、さらに半径および接線壁の体積分率の寄与も考慮する必要があるだろう。

また、2.1 (II) の結果から推察されるように、マトリックス、骨格など構成成分の弾性率と水分や温度など雰囲気との関係を知ることも欠くことのできない要因である。

いずれにしても、細胞壁の弾性率算出には壁内における組織構造の詳細なデータの蓄積および、解析法の検討が必要である。

## 要 約

広範囲にわたる比重ならびに組織構造的特徴を考慮して 11 樹種を選び、温・湿度を厳密に規制した 2 種の雰囲気（20℃、45% R.H. および 50℃ 飽水）のもとで、緩和弾性率を測定し、形状指数を求め検討した。

形状指数は半径方向で 1.1、接線方向で 1.5 の値をとり、時間にも雰囲気にも依存しない量であることが見出された。また、変形量の大きい 50℃、飽水での応力-ひずみ曲線をもとに形状指数のひずみ依存性を検討し、混合則

$$\log E = n \log \theta + \log E_s$$

は小変形域同様に大変形域にも適用でき、かつ、形状指数はいずれも同様の値をとり、しかも、ひずみに依存しない量であることが見出された。

細胞壁実質の弾性率について実測値と細胞壁モデルにより求めた計算結果と比較検討がなされ、その解析にはフィブリル傾角の分布ならびに壁孔などの評価や細胞壁構成成分と水、温度など雰囲気との関係を究明する必要があることが明らかになった。

### 第 3 章 モデル構造体による形状指数の検討<sup>66) 67)</sup>

前章で、半径・接線両方向の形状指数について細胞配列をもとに定性的に論じたが、本章では、形状指数に及ぼすこれら細胞の幾何学的因子の影響をモデル構造体により検討する。

弾性率に及ぼす細胞配列の影響をモデル実験により検討する試みは、さきに、Boutelje<sup>9)</sup>が行なっており、かれは弾性等方性であるプレキシグラスを用い、Swedish pine (*Pinus sylvestris* L.)の横断面形態を形どった特殊な場合のみについて異方性を実測した。また、金谷ら<sup>7)</sup>は類似のモデルを用い、理論的な解析を試み、さらに、細胞壁内の応力分布を光弾性実験法により検討している。

ここでは、これらのモデル実験の考え方を針葉樹材、広葉樹材を含めたものにおしすすめるために、細胞内腔の配列に着目し、単純化された多孔体モデルの応力緩和実験から形状指数を求め、この結果をもとに、早・晩材および放射組織さらに、道管の分布形が構成する巨視的な積層構造の影響について混合則を適用して解析する。

したがって、2・2で検討したような細胞壁の微細構造については考慮しない。

#### 3.1 空孔配列の寄与

現実の木材は各種細胞の形、大きさおよび分布が非常に複雑であるので、構成要素をすべて考慮した解析は困難である。したがって、適当な抽象化が要求されることになる。

第1章および第2章では、細胞を円筒と角筒とにモデル化して算出した形状指数をもとに、木材横断面における幾何学的構造因子の弾性への寄与を定性的に論じたが、その値はこれらのモデルが単独に変形する場合に限られており、現実の木材にみられるような細胞要素間の相互作用を考慮できない欠

点がある。

このような欠点を除いたモデル構造を組み立てるには、モデルは木材の変形要素の構造に幾何学的に類似していること、モデルを構成している要素の力学的性質ならびにモデルそのものの力学的性質は木材の相応する性質にほぼ等しいこと、その構造は比較的容易な形で数学的に表現できるよう相対的に単純であるなどの条件を満足するものが望しい。

上記の条件を考慮し、木材横断面を、たとえば針葉樹材について観察すると、早材部では double wall が T あるいは Y 字状の要素を数多く形づくり、晩材部では厚壁の細胞が基盤目状に配列し、また半径方向に放射組織が直線的に配向していることがこの平面における細胞配列の重要な特徴となっている。広葉樹材の場合は、その構成細胞の種類が多く、とくに径の大きな道管が存在することにより、針葉樹材に比して材の構造は複雑になるものの、変形要素には上記のような特徴が保たれている。これらの特徴を模式化したのが図 7 および 12 である。

この特徴をもとに、モデル構造は変形要素の形状と比重、すなわち空孔配列と空孔径の 2 因子を变量に選り、つぎのように決定した。

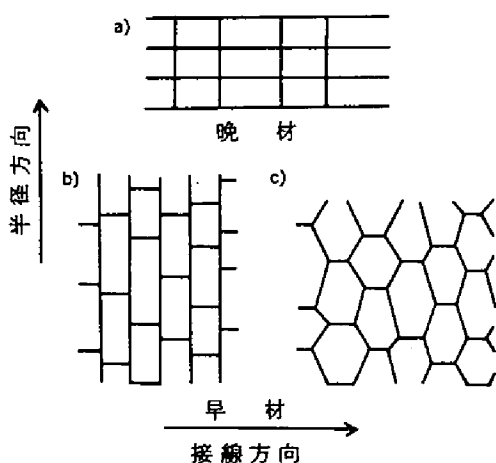


図 12 細胞配列の模式化

#### (1) 比 重

図 18 は日本産主要樹種 43 種<sup>29, 80)</sup> およびバルサ<sup>127)</sup> について、比重  $\rho$ 、壁厚  $t$ 、径  $d$  および比  $d/t$  のとりうる上下限を長方形で示したものである。この図より、細胞壁厚に対する径の比は比重の増加にともない減少する傾向が認められ、また細胞の径および壁厚と比重との関係は、比重の増加にともない径は減少、壁厚は増加する傾向を示すことがわかる。



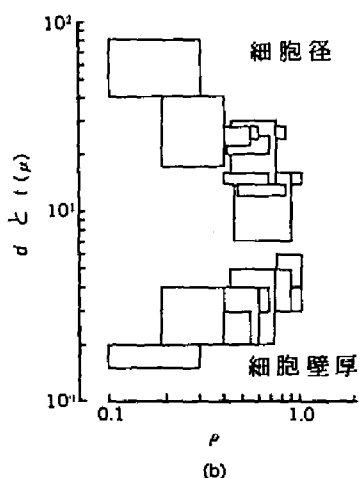
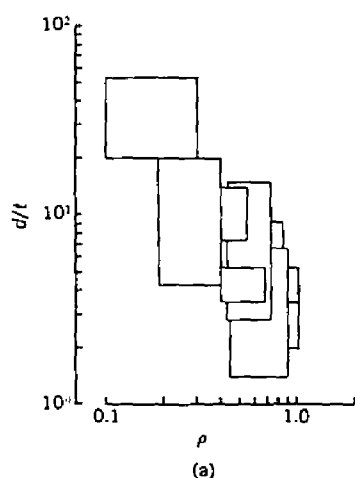


図13 細胞の直径 $d$ ，壁厚 $t$ およびそれらの比 $d/t$ と比重 $\rho$ の関係

力学的にはこのような配列が最も変形しやすい構造要素を形づくり，とくに半径・接線両方向とも曲げによる効果が大きく現われることから千鳥型の配列を採用し，図15<sup>6)</sup>に示したヒノキおよびスギの例のように早材部に相

したがって，モデルの比重は空孔の径ならびに空孔の数を同時に変化させてコントロールするのが望ましいと考えられるが，この方法によるモデル化は普遍性を欠くことになり，しかも，複雑になるなど試料作製上種々の困難をともなうため，本論文では細胞内腔を円孔で近似し，円孔の中心間の距離を一定に保ち，空孔の直径を変化させる比重のコントロール法を採用した。

## (II) 変形要素

モデルの変形要素の形状，すなわち，空孔の配列は前述の木材横断面における細胞配列の特徴をもとに後述の巨視的積層構造を構成する単位としての細胞群に着目して，図14のような(a)正方形，(b)千鳥型，(c)並列型の3種を採用した。

一般に，木材の横断面にはTあるいはY字型の要素が数多くみられること，

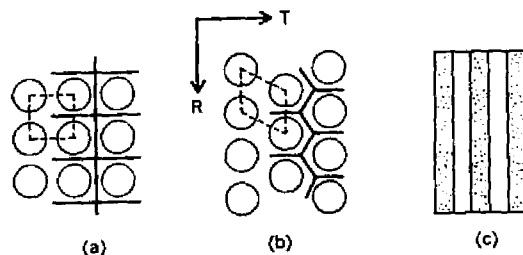


図14 空孔配列

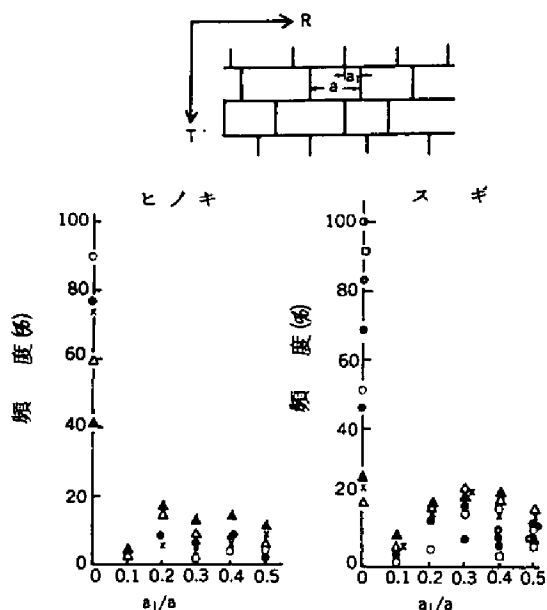


図 15 細胞壁厚別  $a_1/a$  の頻度分布<sup>6)</sup>

○  $7\mu$ , ●  $6\mu$ , ×  $5\mu$ , △  $4\mu$ , ▲  $3\mu$ , ⊙  $11\sim 14\mu$ , □  $10\mu$ ,  
 ◎  $9\mu$ , ⊗  $8\mu$ , ○  $7\mu$ , ●  $6\mu$ , ×  $5\mu$ , △  $4\mu$ , ▲  $3\mu$ .

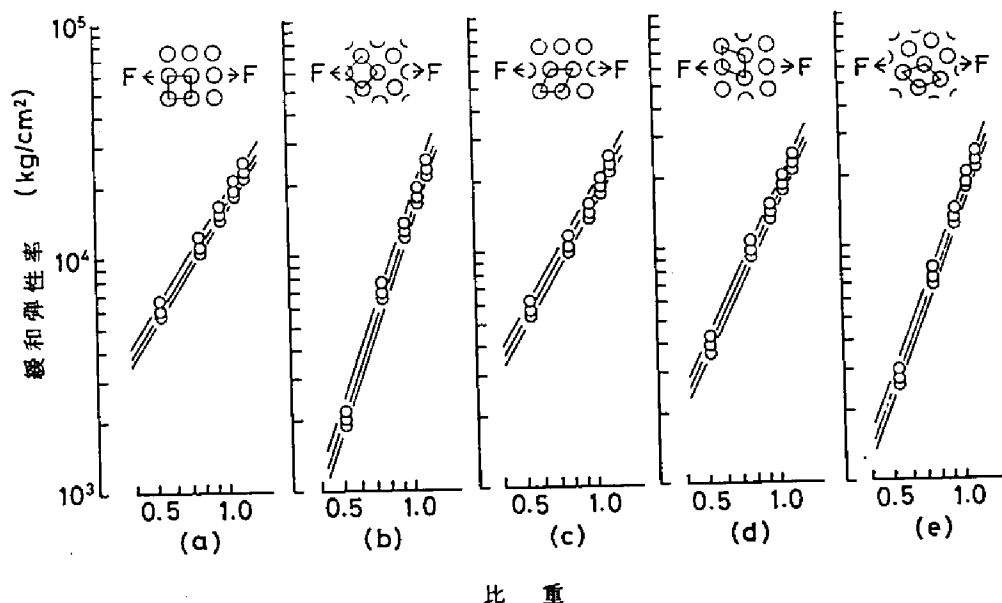
当する  $3\sim 5\mu$  の壁厚をもつ場合でさえ、 $a_1/a$  が零となる配列が比較的多く、また、晩材部は基盤目状配列を有することから正分配列を取り上げた。なお、正方形配列のモデルの変形には、細胞のコーナーに相当する部分の影響が著しく現われるものと考えられる。さらに、放射組織の長軸方向に相当する場合として、また、上記 2 種のモデルと比較検討するため形態の効果をまったく含まない例、いければ、変形が伸縮のみの

場合として並列モデルを加えた。

上記モデルの作製には試片の基材に市販の亚克力板（5 mm 厚）を用い、図 14 の R および T 方向における空孔の中心間の距離を一定（12 mm）とし、孔径 0（実質のみ）、4、6、8、10 mm の 5 段階とし、ドリルで工作時の熱による残留応力その他欠点が生じないように石けん水で冷却しながら穿孔を行なった。

試験には新興通信社製 TOM-5000X 型 万能引張圧縮試験機を用い、 $20^\circ\text{C}$  45 % R. H. の恒温恒湿実験室中で、正方形および千鳥型モデルについて、それぞれ木材の半径、接線および年輪傾角  $45^\circ$  に相当する方向の引張試験および応力緩和測定を行なった。与えたひずみは 0.5 % で、タイム・スケールは 30 分である。形状指数は 10（静的引張試験）、 $10^2$ 、 $10^3$  秒の測定結果をもとに算出した。

なお、焼鈍し<sup>90)</sup>を行なった試片と比較した結果、試片作製時の影響は認められなかった。また、供試したアクリル板には異方性がないことも確めた。



回帰方程式

(a)	$\log E(10) = -1.62 \log \rho + 4.27$	$\log E(10^2) = -1.63 \log \rho + 4.23$	$\log E(10^3) = -1.63 \log \rho + 4.21$
(b)	$\log E(10) = -2.93 \log \rho + 4.19$	$\log E(10^2) = -2.93 \log \rho + 4.16$	$\log E(10^3) = -2.92 \log \rho + 4.13$
(c)	$\log E(10) = -1.71 \log \rho + 4.26$	$\log E(10^2) = -1.71 \log \rho + 4.22$	$\log E(10^3) = -1.71 \log \rho + 4.19$
(d)	$\log E(10) = -2.09 \log \rho + 4.25$	$\log E(10^2) = -2.10 \log \rho + 4.21$	$\log E(10^3) = -2.09 \log \rho + 4.19$
(e)	$\log E(10) = -2.64 \log \rho + 4.22$	$\log E(10^2) = -2.64 \log \rho + 4.18$	$\log E(10^3) = -2.65 \log \rho + 4.15$

$E(t)$  : 緩和弾性率,  $\rho$  : 比重

図 16 緩和弾性率の比重依存性  
(上より各々 10, 10<sup>2</sup>, 10<sup>3</sup>秒の結果である)

以上のモデル実験から得られた緩和弾性率と比重との関係を図 16 に、また、同図に回帰方程式をも示す。なお、並列モデルについて形状指数は 1 となるべきこと、すなわち、第 1 章図 1 のモデル(a)の関係が成立することは実験的にも確かめられたので結果は省く。

図 16 から明らかなように、これらの結果はすべて相関係数 1 の直線関係（ただし、両対数スケール上）として得られ、形状指数は 1.6 ～ 2.9 の値をとり、伸縮変形以外の効果が現われてくることを示している。また、配列様式間に差がみられ緩和弾性率に異方性が認められる。さらに、いずれの配列様式においてもその形状指数には時間依存性がないこともわかる。したがって、これらのことから孔の配列は異方性を与えるが、本実験のタイム・スケール内では緩和弾性率に及ぼす影響は認められず、前章で得られた実際の木材の形状指数に比し、焼結体など他の多孔材料と同様、大きな値をとることがわかる。この差は木材横断面における早・晩材および放射組織の各細胞群が構成するあるいは道管の分布型によって定まる巨視的な積層構造に基づくものと考えられる。

この種の実験で、当然、問題となる応力集中については、西田<sup>68)</sup>が光弾性実験から詳しく検討しているので、図 17 にそのデータを引用した。この図は各

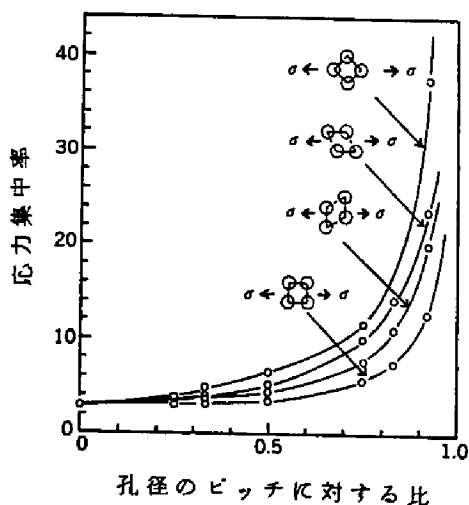


図 17 応力集中率と孔径のピッチに対する比の関係<sup>68)</sup>

配列による応力集中の度合を検討するために、応力集中率をピッチに対する空孔径の比について比較したものである。この図から、配列による応力集中率の相違はピッチに対する空孔径の比の増加とともに大きくなり、正方形配列の応力集中率が最も低く、斜め正方形配列が最も高い値をとること、また、応力集中率の大小関係は形状指数のそれとは必ずしも対応しないことが認められる。なお、応力

集中率の基準応力としては円孔が存在しないものと考えられるときの一様応力がとられている。

他方、理論的には等方体で Timoshenko ら,<sup>69)</sup> 異方体で樋口,<sup>70)71)</sup> Lekhnitskii<sup>73)</sup> および辻野,<sup>72)</sup> 実験的には佐々木<sup>74)</sup> の解析があるが、孔相互間の干渉が無視できる場合に限られているので本研究との比較検討はできなかった。

このような細胞コーナー部分の効果を検討するには、木材細胞壁の積層構造を考慮した実験あるいは数値解析など、今後の研究にまたねばならない。

### 3.2 巨視的積層構造の寄与

巨視的な積層構造に着目した木材の弾性解析は Ylinen<sup>10)</sup> および Schniewind<sup>11)</sup> によりなされている。しかしながら、前者は放射組織の少ない針葉樹材について、木材を早材と晩材からなる積層体と考えて解析して、放射組織の寄与を無視している。後者は広放射組織を有する広葉樹材について、早・晩材の他に放射組織を含め解析しているが、早・晩材部における細胞配列の寄与を無視し、しかも半径方向における放射組織の連続性が欠けていて、実測値との対応はいずれも不十分である。また、Stupnicki<sup>75) 76)</sup> は細胞間層を重要視した細胞モデルをもとに早・晩材の寄与を含めて弾性異方性を検討しているが、モデル構造を組立てるに際し、フィブリル傾角など細胞壁の構造や温・湿度のような雰囲気の力学挙動への寄与が評価されていない。

ここでは、針葉樹材ならびに広葉樹材を含めた木材の巨視的な積層構造の粘弾性異方性に及ぼす影響について、混合則に基づいて検討する。

#### 3.2.1. 構成要素の弾性率

混合則を適用するには、早・晩材および放射組織の半径および接線両方向における弾性率が必要となる。これらの算出方法について述べる。

##### (1) 放射組織を含まない早・晩材の弾性率

これらは、前節の実験に用いた基材の弾性率が木材の横方向の実質のそれ、すなわち、前章で求めた気乾・室温下での半径および接線方向における緩和

弾性率-比重曲線の交点の値に相当するので、木材の真比重を 1.5 として、前節のモデル実験で得られた形状指数を用いると、任意の比重における要素の弾性率がただちに求められる。

## (ii) 放射組織の弾性率

放射組織の弾性率に関する報告はきわめて少なく、静的測定は Schniewind<sup>11)</sup> および川村の<sup>77) 78)</sup> また、動的測定については平井<sup>79)</sup> の報告があるにすぎず、これらのデータは、いずれも弾性率測定技術上の困難さから広放射組織に限られている。本報では Schniewind,<sup>19) 20)</sup> Mark<sup>12) 13) 14) 18)</sup> らが細胞壁の弾性率を算出するために用いた積層構造体の力学解析法<sup>1)</sup> を利用し、計算により求めた放射組織細胞壁の弾性率をもとに解析を行なうことにする。

計算に利用できる放射組織の構造に関するデータも極めて少ない。表 11

表 11 放射柔細胞のフィブリル傾角と壁層割合<sup>80)</sup>

細胞壁層	フィブリル傾角	壁層割合
M + P	0°	— * 12
S1	60° ~ 70° (S-helix)	24 (28) 21
S2	35° ~ 45° (Z-helix)	60 (51) 55
S8	60° ~ 80° (S-helix)	16 (21) 12

( ) : 原田 (1962)<sup>84)</sup>

\* : D. Fengel (1965)<sup>88)</sup>

は中村ら<sup>80)</sup>によるブナの放射柔細胞についての観察結果である。表によれば M + P の厚さは明示されていないが、M + P と S1 とはフィブリル傾角、リグニン濃度など組織構造を異にし、<sup>80) ~ 82)</sup> 壁全体の力学特性がこの 2 層により大きく左右されることは明らかであるので、壁厚を区別する必要がある (2.2 参照)。そこで、これらの量を得るため、Fengel<sup>88)</sup> の電顕写真から筆者が読みとったのが表の右端に示した数値であって、M + P はかなりの厚さをもつ。しか

しながら、M + P + S1 および他の層とも中村ら<sup>80)</sup>や括弧内に示す原田<sup>84)</sup>のデータにはほぼ対応し、二次壁各層についての関係  $S2 > S1 > S3$ <sup>80)</sup> も満足している。これらの知見をもとに、弾性率算出には壁厚として上記のデータを、フィブリル傾角については表 11 の中央値を用いた。

なお、計算に際し、細胞壁を構成する骨格（主としてセルロース）とマトリックス（主としてリグニン）の弾性率、体積割合については Mark<sup>14)</sup> が用いた値（2.2 表 10 参照）を採用した。また、細胞壁は隣接する細胞の拘束作用により、単軸応力の作用下ではせん断変形を起さず、ねじれを生じないと仮定した。

なお、放射組織の比重は、木材のそれと等しいとした。<sup>77) 78)</sup>

このようにして放射組織の細胞壁の弾性率を計算して、任意の比重における放射組織の弾性率をつぎのような方法で算出した。

放射組織細胞の長軸方向については、形状指数 1 とおき、真比重を 1.5 とし、得られた計算値と Schniewind<sup>11)</sup> および川村<sup>77) 78)</sup> の実験値と比較したのが表 12 である。川村のデータは計算値とよく一致しているように見えるが、

表 12 放射組織の弾性率 ( $\times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ )

比 重	計算値 <sup>1)</sup>	California black oak <sup>2)</sup>	アラカシ <sup>3)</sup>
0.60 <sup>*</sup>	5.0	4.2	—
0.84	7.0	—	5.9
0.98	8.2	—	8.0

1) *Fagus crenata* BLUME<sup>80)</sup>

2) *Quercus kelloggii* NEWB. (A. P. Schniewind 1959)<sup>11)</sup>

3) *Cyclobalanopsis glauca* OERTEDE (川村 1972)<sup>77) 78)</sup>

\* 引用文献 91)

彼はストレイン・ゲージを直接試片にはり付けてひずみ検出を行なっているため、ゲージをはらないときの値より少し高いと思われる。

計算値は実測値に比し、少し高いが、Barkas<sup>5)</sup>がモデル計算から推定したように樹幹軸方向における木材の弾性率より低く、その約  $\frac{1}{2}$  の値をとる。これは McIntosh<sup>85)</sup>が収縮異方性に関する検討から算出した半径方向における放射組織とそれを含まない組織の弾性率比ともほぼ対応する。

放射組織の横方向（木材の接線方向）の弾性率については、その横断面における細胞の分布を参考に、前節のモデルの形状指数を用いて算出した。すなわち、狭い放射組織に対しては正方形モデルの形状指数 1.6 を、また、広放射組織に対しては千鳥-T型モデル（図 16-d）の 2.1 を用い、上と同様な方法で弾性率を求めた。

### 3.2.2 巨視的積層構造の混合則による解析<sup>注3)</sup>

木材における巨視的積層構造を図 18 に示すようにモデル化した。<sup>86) ~ 89)</sup>

(I) 針葉樹材—ヒノキをモデルにとり、晩材率は最大 30 %、放射組織率は最大 10 % として、細胞壁率については佐伯<sup>56)</sup>のデータを用い、早材部を千鳥型、晩材部を正方形の配列とし、早・晩材および放射組織の体積割合と細胞壁の実質率を変量として弾性率を算出した。

(II) 広葉樹材—比較的モデル化しやすい構造をもつ材で、しかも、散孔材、環孔材、放射孔材などの組織構造的特徴と、また、比重の高低の特徴等を含むようにバルサ、シオジ、シラカシの 3 種の型をとりあげた。モデル化にあたり、単純化のため垂直組織を道管と繊維<sup>注4)</sup>の 2 種とした。

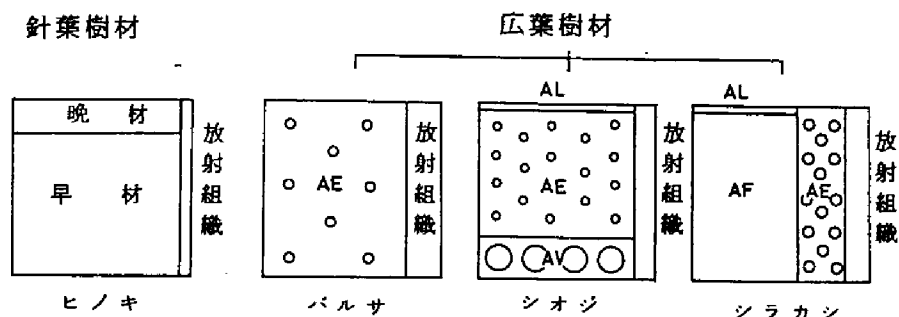
図中、○印は道管の分布を表わす。AE と AV はともに道管と繊維が共存する領域であって、AE は道管、繊維とも千鳥型、AV は道管が正方形、繊維が千鳥型の配列を有し、そして、AF、AL の両領域は繊維のみで構成され、AF は千鳥型、また、正方形の配列を有する部位を AL とした。

---

（注 3）計算例をフォートラン・プログラムで補遺Ⅱに示す。

（注 4）道管以外の垂直組織をすべて繊維と総称することにした。





AE . . . 道管 + 繊維 . . . . 千鳥型  
 AV . . .        " . . . . 正方形 + 千鳥型  
 AF . . .        繊維 . . . . 千鳥型  
 AL . . .        " . . . . 正方形

図 18 多孔積層構造モデル

道管と繊維の共存する領域における弾性率は、各々の成分について弾性率を求めた後、直列モデルで算出した。また、針葉樹材に比し、制御変数が多く、計算が複雑になるので、道管量、放射組織および繊維量を固定し、繊維の壁厚と径<sup>80)</sup>および AL の体積分率を変化させた。

得られた計算結果と実験値<sup>27)88)84)</sup>とを比較したのが図 19 である。計算値は実験値とよく一致している。

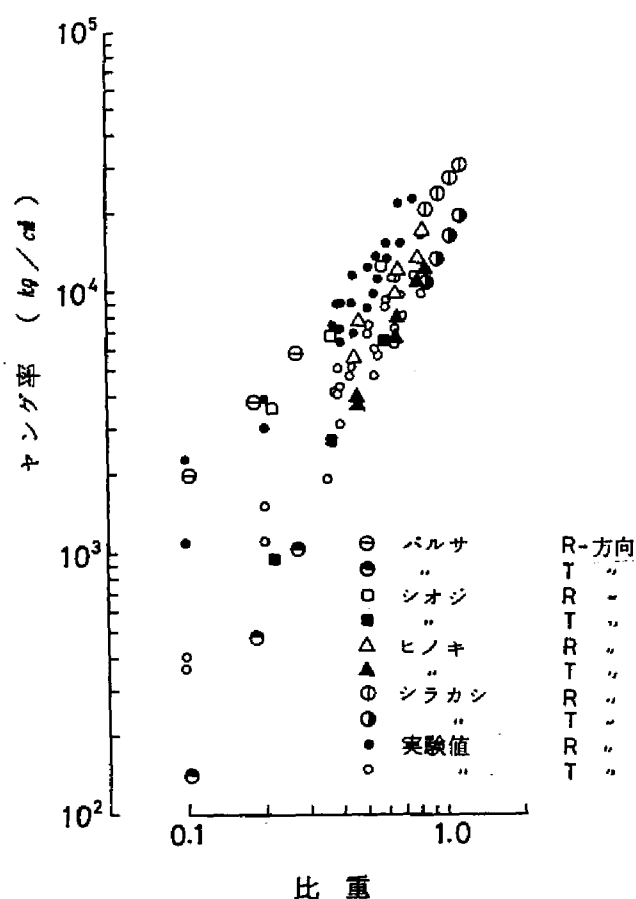


図 19 ヤング率の比重依存性 (計算値との比較)

このことおよび前節の円孔モデル実験結果とから、木材の横方向における弾性異方性の主要因は放射組織を含まない早・晩材の細胞内腔の配列にあって、それらが形状指数を実測値よりも大きくする機能をもつ一方、これら早・晩材に放射組織が加わった木材特有の巨視的積層構造が形状指数を小さくする機能果して、両者の作用が実際の値を与えていることがわかる。

以上、弾性率について解析をすすめてきたが、緩和弾性率に対しても、円孔モデルの形状指数に時間依存性がみられないこと、また、最も単純な形の混合則が適用可能なことから、本節同様の結果が得られ、積層モデルより得られる形状指数に時間依存性がないことは明らかである。このことは前章の木材についての結果とも一致する。それゆえ、木材の緩和機構に及ぼす細胞内腔の配列や形状、ならびに巨視的な積層構造の影響はないとみなすことができる。

## 要 約

木材の緩和弾性率にみられる異方性の原因として、横断面における細胞配列およびその分布に着目して、多孔積層体の概念をもとに検討した。

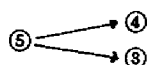
まず、細胞配列の粘弾性への寄与を等質等方性材料を基材とする円孔モデルの応力緩和実験により形状指数を求めた。ついで、この結果を用いて、細胞の分布が構成する木材の巨視的な積層構造の寄与を針葉樹材、広葉樹材を含めて、混合則を適用することにより検討した結果、次のような結論を得た。

- (1) 木材の横方向の緩和弾性率にみられる異方性は細胞内腔の配列が支配的で、それに巨視的な積層構造を考慮すれば、このような関係は単純化した多孔モデル(図14)で、針葉樹材、広葉樹材を含めて定量的に表現できる。
- (2) 木材の緩和機構に多孔構造および巨視的な積層構造の影響はみられない。
- (3) 解析途中で、実測値の極めて少ない放射組織の弾性率を理論的に算出した。

一般の多孔材料と木材との弾性挙動にみられる大きな相違は形状指数にある。換言すれば、一般の多孔材料、たとえば、焼結鉄合金は約 $3.4^{39)}$ という大きな形状指数をとり、比重の減少、すなわち、空隙率の増大とともに極端に弾性率が低下する。しかしながら、木材では孔の配列に加えてその分布が積層構造を形づくり、それは異常な弾性率の低下を防ぐように作用する。このような木材の構造は、最近の合成複合材料が追随できない力学的な長所となっている。

## 第 4 章 木材横引張における細胞壁内の応力分布<sup>121)</sup>

木材力学と構造との関連を述べた既往の研究を幾つかに分類し、それらの相互関係をフロー・チャート形式で整理すると図 20 に示すようになる。前章までは、③、④および⑤の領域を



の 2 径路で検討し、木材多孔構造は緩和弾性率に異方性を与えるが、その寄与は時間および雰囲気に影響されないことが明らかとなった。それゆえ、木材の緩和機構は細胞壁のそれに支配されると考えてよく、壁内における応力状態の把握が緩和機構の解明には重要である。さらには、木材固有応力にもとづく破壊現象の解析にも手がかりを与えるものと思われる。

そこで、ここでは、前章までの論議の進め方とは逆に①→②→③の径路で③の領域を検討する。

木材細胞壁の力学挙動を直接実測する試みは、繊維方向<sup>92)~98)</sup>についてはなされているが、横方向については技術的に不可能に近く、しかも、その内部構造がきわめて複雑であるため、適切なモデルを組み立て理論解を求めることは非常に困難となる。したがって、第 2 章でも述べたように、細胞壁の力学解析については比較的多くの研究者により積層体力学の概念をもとに検討されつつあるが、取り扱いの容易な細胞の長軸方向に関するものが主体であって、直角方向のそれは全くないといってもよい。また、この領域の基礎データとなる②の領域におけるデータは Mark<sup>12)13)</sup> による計算値が大部分の研究で用いられていて、それは単純な直列ならびに並列モデルから算出されている。しかしながら、このようなモデルでは骨格とマトリックスの複合系としての細胞壁層の力学特性に及ぼす構造因子、たとえば、骨格の形状や分布状態などが考慮できない。この欠点を改良したのが Gillis,<sup>15)</sup> Tang<sup>17)</sup> であり、とくに Tang<sup>17)</sup> は Hsu<sup>99)</sup> による積層体の弾性定数算出式を応用し、三次元でこの領域の定数を求めている（モデルおよび算出方法は後述する）。

①の領域では、基本要素として骨格とマトリックスの 2 成分に分類され、

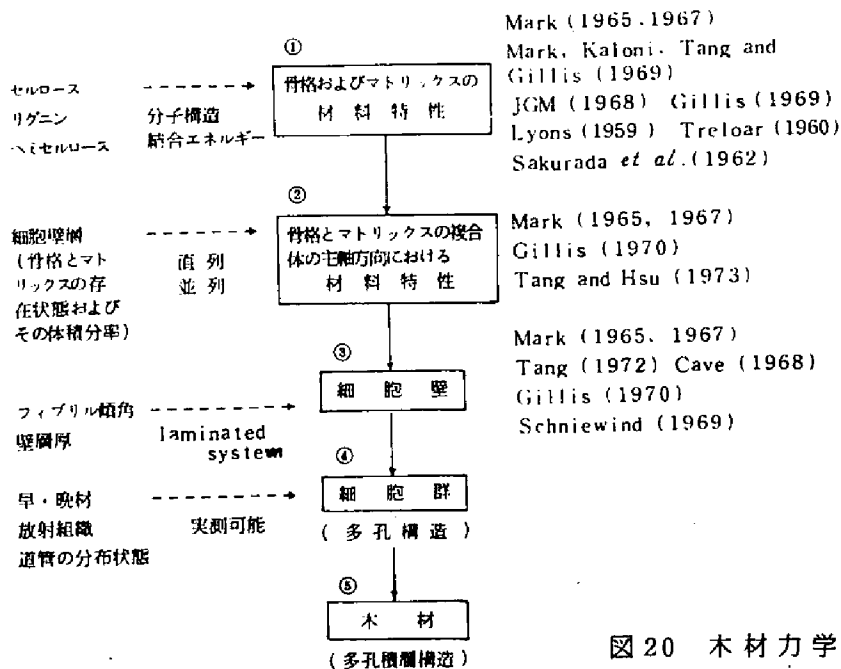


図 20 木材力学

前者にはセルロースとヘミセルロースの一部を、後者にはリグニンと残りのヘミセルロースが含まれている。骨格の弾性定数はセルロースのそれが用いられ、多くの研究がなされているが、最近、Jaswon, Gillis および Mark<sup>24)</sup> (以後 JGM と略す) により三次元の理論計算がなされるまでは、その鎖状分子方向に限られていた。JGM の解析は Meyer と Misch<sup>24)</sup> のセルロース・モデルをもとになされ、近似的に直交異方性弾性体として、独立な 9 個の弾性定数を求めているが、鎖状分子に直角な方向については実測不可能であるため、現実にはどのような値をとるかは不明である。一方、マトリックスについては無定形高分子、すなわち、等質等方性体として取扱われ、Srinivasan<sup>18)</sup> のリグニンに関するデータをもとに Mark<sup>12)18)</sup> が決定した値があるにすぎず、いずれの研究にもこの値が用いられている。

以上のように、細胞壁内の応力状態を解明するに要する諸データはいずれも未完成の部分が多く、種々の疑問点が残されているが、つぎに、ヒノキ晩材細胞壁横断面を例に平面応力問題として有限要素法により数値解析した結

果を示す。

#### 4.1 細胞壁層の弾性主軸方向における弾性率

細胞壁はフィブリル傾角、化学成分の種類および割合を異にする幾つかの壁層から構成されているが、ここでは、複合細胞間層(M+P)、二次壁外(S1)、中層(S2)、内層(S3)の4層からなり、各壁層の化学組成はMark<sup>(12)(18)</sup>の値(第2章表10)を有するものとする。このように仮定すると、細胞壁層の弾性主軸方向における弾性率はM+Pと二次壁の2種となり、二次壁内の弾性率の相違はフィブリル傾角に依存することになる。

他方、細胞壁層の横方向において異方性があるかどうかについての確証はいまのところないが、ここでは、Mark<sup>(12)(18)</sup>の直列モデルおよびフィブリル(骨格)の形状を考慮したTang<sup>(17)</sup>らのモデルから弾性率を算出する。また、細胞壁に直角方向の力学解析には、その構造の特徴から細胞長軸方向のフィブリル傾角の弾性率への寄与を無視することはできない。それゆえ、各壁層における3主軸方向の弾性率を必要とする。Tang<sup>(17)</sup>らのモデルはこの点で好都合である。

また、上記解析の基礎データとなる骨格およびマトリックスにおける弾性定数はMarkのそれを用いる。すなわち、セルロース鎖状分子方向の弾性率がTreloar<sup>(101)</sup>およびGillis<sup>(25)</sup>によって報告された両極端の値( $5.65 \sim 31.9 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ )のはぼ平均的な値であること、横方向については、セルロース単位胞の[100]および[001]方向の弾性率がJGMにより算出されているが、両方向の値に大差がないことから、これらの平均に近いMarkの値を採用した。したがって、細胞壁層に異方性があるとすれば、骨格の横断面の形状に起因することになる。表13にMarkの値、Tangの方法<sup>(注5)</sup>により筆者が算出した値および細胞壁が等方性であるとした場合の値(第2章の実験値より求めた値)を示す。ただし、計算値はフィブリルは細胞周方向<sup>(15)(17)(108)</sup>にある長い辺とそれに直交する短い辺の比(図26あるいは27のd/c)を2:1<sup>(16)(17)(102)</sup>とし、そのまわりをマトリックスが等厚(壁層内におけるリグニン分布を一樣と仮定、<sup>(82)(108)</sup>同図においてA=Bの場合)でとりまいているものとした結果である。

注) 補遺Ⅲに示す。

表 13 細胞壁層の弾性定数

	$E_x$	$E_y$	$E_z$	$\nu_{xy}$	$\nu_{yz}$	$\nu_{zx}$	$G_{xy}$	$G_{yz}$	$G_{zx}$
(1) 計算値									
M + P	15.6	3.01	2.80	0.258	0.346	0.0496	0.943	0.867	0.903
S1, S2, S3	73.8	7.86	6.13	0.148	0.183	0.0153	1.89	1.57	1.60
(2) R. E. Mark (1967)									
M + P	15.7	2.25	2.25	0.280	0.180*	0.04	0.856	0.953*	0.856
S1, S2, S3	73.7	4.01	4.01	0.190	0.180*	0.01	1.40	1.70*	1.40
(3) 実験値(第2章)をもとにした仮想値									
	4.0	4.0	4.0	0.25	0.25	0.25	1.6	1.6	1.6

\* 仮想値<sup>17)</sup> (座標系は図 26 あるいは 27 参照) ( $\times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ )

#### 4.2 細胞壁モデル

細胞壁の形状は多様<sup>56)120)</sup>であるため、一意的にモデルを決定することは困難である。そこで、

- ① 細胞壁率
- ② 半径、接線両方向における細胞の直径と壁厚との関係
- ③ 細胞内腔の形状
- ④ 壁層割合
- ⑤ フィブリル傾角

などの条件を考慮して、つぎのようにモデルを組み立てた。すなわち、

佐伯<sup>56)</sup>のデータをもとに、細胞壁率80%、接線方向直径に対する半径方向直径の比を0.5、半径壁厚に対する接線壁厚の比を0.75とし、壁厚割合およびフィブリル傾角は表1.4の値を有するとした。また、細胞内腔の形状は半径方向の内腔径を直径とする曲率を半径壁が有するおにし、各壁層も同じ曲率をもつようにした。

表 14 ヒノキ晩材細胞の壁層割合とフィブリル傾角

	半 径 壁		接 線 壁	
	壁 厚 率	傾 角	壁 厚 率	傾 角
M + P	0.05	90°	0.05	90°
S 1	0.08	77°	0.11	66°
S 2	0.84	8°	0.79	4.5°
S 3	0.03	83°	0.05	81°

## 4.3 有限要素法による解析

上記のような形状，組成からなる細胞壁モデルをもとに，有限要素法により，その変形状態および応力の分布状態を解析した。<sup>104)~115)</sup>

有限要素法による応力解析では，仮定された変位関数，要素分割および応力-ひずみ関係にもとづいて各要素ごとに剛性マトリックス<sup>注6)</sup>が計算され，これらの要素剛性マトリックスを重ね合わせることによって，構造全体に対する剛性マトリックスを作って，節点変位を未知量とする弾性方程式を解くことにより，応力およびひずみが計算される。

また，有限要素法では，細胞壁内のように弾性定数が増減するような問題を解くことも可能である。<sup>107)</sup>

つぎに，異方体のこのような問題を解くための有限要素法を概述する。

まず，解析するモデルを有限個の三角形に分割する。

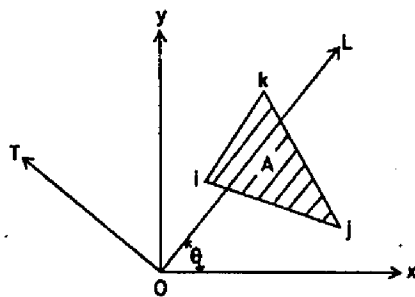


図 21 三角形要素と座標系

注 6) 数学用語で行列を意味する



その任意の一個Aが図21に示すように弾性主軸を $x$ 軸と $\theta$ 傾いて配置して  
いると考える。いま、この三角形Aの $x$ 、 $y$ 方向の変位 $u$ 、 $v$ を

$$u = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (16)$$

$$v = \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y \quad (17)$$

と仮定する。また、三角形Aにおける節点変位

$$\{q\}^T = (u_i, u_j, u_k, v_i, v_j, v_k) \quad (18)$$

と節点力

$$\{f\}^T = (X_i, X_j, X_k, Y_i, Y_j, Y_k) \quad (19)$$

は剛性マトリックス $\{K\}$ により結ばれて、次のようになる。

$$\{f\} = [K] \{q\} \quad (20)$$

ただし、

$$[K] = ts[N]^T[D][N] \quad (21)$$

ここで、 $t$  : 板厚

$$[N] = \frac{1}{2S}$$

$$\begin{bmatrix} y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i \\ x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i & y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j \end{bmatrix}$$

$$S = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{vmatrix}, \quad [D] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$C_{11} = l^4 E_L' + m^4 E_T' + 2l^2 m^2 E_L' \nu_{TL} + 4l^2 m^2 G_{LT}$$

$$C_{22} = m^4 E_L' + l^4 E_T' + 2l^2 m^2 E_L' \nu_{TL} + 4l^2 m^2 G_{LT}$$

$$C_{33} = l^2 m^2 E_L' (1 - \nu_{TL}) + l^2 m^2 E_T' (1 - \nu_{LT}) \\ + (l^2 - m^2)^2 G_{LT}$$

$$C_{12} = l^2 (m^2 + l^2 \nu_{TL}) E_L' + m^2 (l^2 + m^2 \nu_{LT}) E_T' - 4l^2 m^2 G_{LT}$$

$$C_{13} = -l^3 m E_L' (1 - \nu_{TL}) + l m^3 E_T' (1 - \nu_{LT}) \\ + 2lm(l^2 - m^2) G_{LT}$$

$$C_{23} = -lm^3 E_L' (1 - \nu_{TL}) + l^3 m E_T' (1 - \nu_{LT}) \\ - 2lm(l^2 - m^2) G_{LT}$$

$$t \text{ お } \quad l = \cos \theta, \quad E_L' = \frac{E_L}{1 - \nu_{TL} \nu_{LT}}, \quad E_T' = \frac{E_T}{1 - \nu_{TL} \nu_{LT}}$$

また、 $E_L$ ,  $E_T$ ,  $\nu_{LT}$ ,  $\nu_{TL}$  は三角形要素の弾性主軸  $L$ ,  $T$  方向の弾性率およびポアソン比であり、 $G_{LT}$  は  $L-T$  面内のせん断弾性係数である。

ここで、計算に用いた三角形要素数は 648、節点数は 371 であり、連立方程式の解法はユニット分割法<sup>109)~114)</sup> (ユニット数 16) によった。なお、細胞コーナー部分のフィブリル傾角は半径および接線壁の傾角の差の分だけ、なめらかに変化するよう三角形要素に割り振るようにした。また、外力は 1% ひずみに相当する変形量を強制変位の形で与え、境界条件は細胞相互間の幾何学的連続条件を満足するように、すべて変位で規定した。すなわち、図 22

a に示すように、細胞間の境界をすべてローラ支持として、ⅰ) まず、④の部分のみを自由端とした状態で①の部分に上記の強制変位を与え、このとき生じる④の部分における  $y$  方向の変位を求め、ⅱ) これらの変位の平均量をポアソン効果による縮み量として図 22 b に示すように強制変位で与え、ⅰ) と同様の処理を行なった。

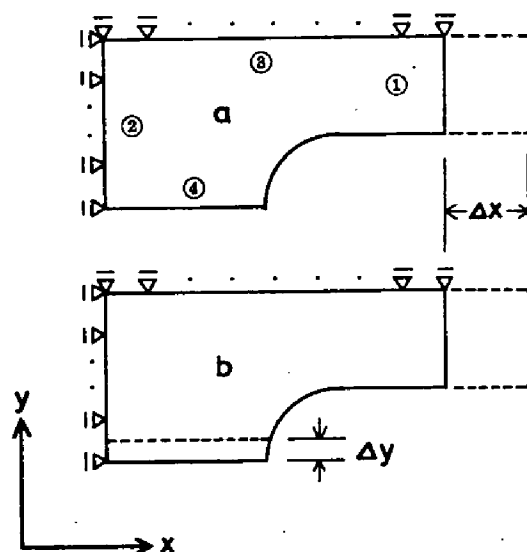


図 22 境界条件

$\Delta x$  : 1% ひずみに相当する強制変位

$\Delta y$  : ポアソン効果による縮量 (強制変位)

解析モデルにより得られた変位および主応力の分布状態を図23に示す。構成成分の材料定数は前述のように信頼性に欠けるので、ここでは、応力の絶対値にはふれないで、その分布について考察する。

図23(a), (b), (c)はそれぞれ表13(1), (2), (3)の弾性定数を用いた結果であって、(3)は第2章の気乾・室温における半径・接線両方向の $E(t)-\rho$ 曲線の外挿値より求めた細胞壁の弾性率で、等方性を仮定した場合である。

主応力分布図によれば、いずれも細胞内腔部分に応力集中が生じているが図23(a), (b)は等方体の結果図23(c)と大きく異なり、S2の主応力はきわめて小さい。すなわち、この層においてはフィブリル傾角が小さいことから、フィブリルが外力に対し、ほぼ直角に配向し、変形に対してかなりのフレキシビリティを与えることを示している。また、S1におけるフィブリル傾角は大きく、等方体の場合と異なる分布を示すことは明らかであるが、細胞内腔部分のように大きな応力集中は発生していない。

これらのモデルから算出したヤング率、ポアソン比を表15に示す。なお、モデルのみかけの比重は1.29である。

表15 細胞のヤング率とポアソン比

	(1)	(2)	(3)
ヤング率 ( $E_T$ )	3.38	4.93	$2.91 (\times 10^4 \text{ kg/cm}^2)$
ポアソン比 ( $\nu_{ra}$ )	0.119	0.314	0.238

実験結果をもとに等方性を仮定し、細胞の外形のみの効果をみた(3)の場合に比し、(1), (2)の結果は大きなヤング率をとり、また、前述した細胞壁内の応力分布状態からも推察できるように、2.2で検討した細胞壁内における構造因子、とくに、細胞コーナー部やフィブリル傾角の評価が重要であることがわかる。

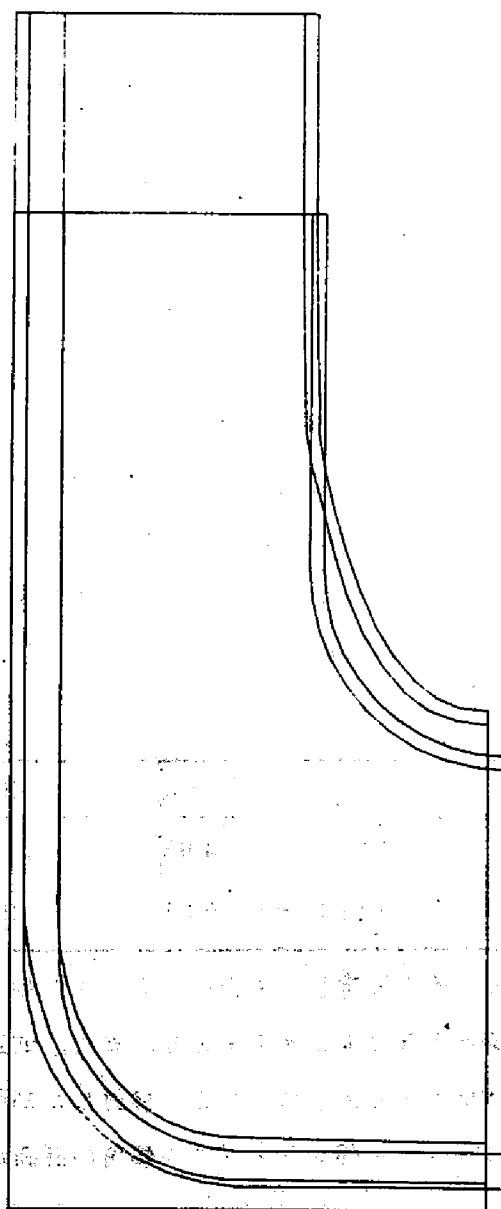


图 23, (a)

变位图

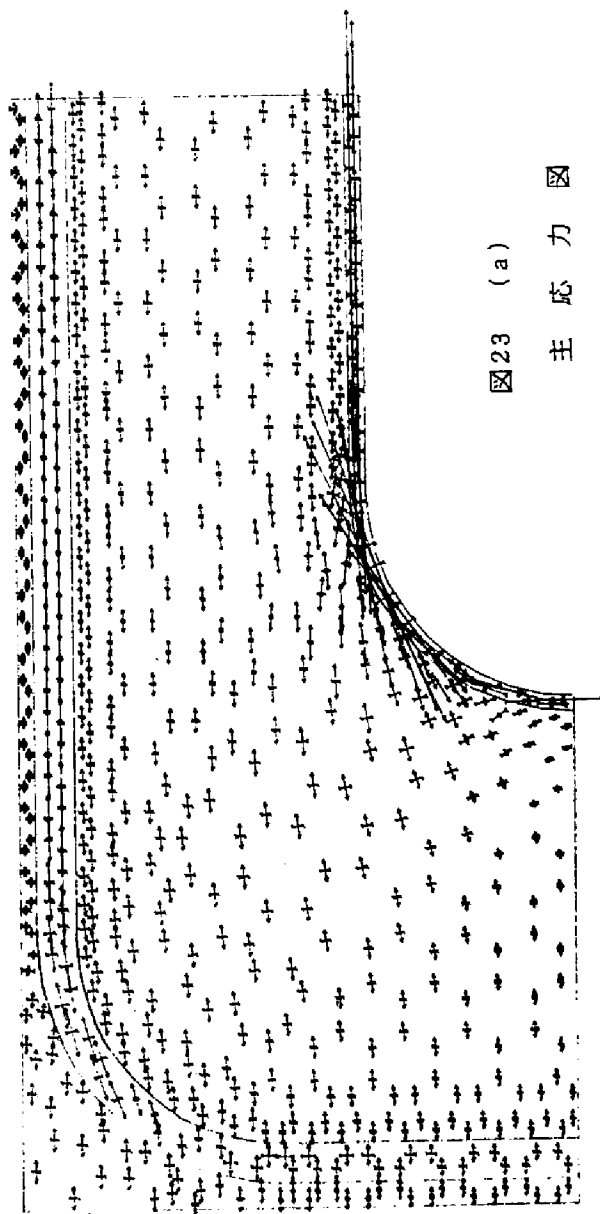


图 23 (a)

主 应 力 图

MAX = 4,900 kg/cm<sup>2</sup>

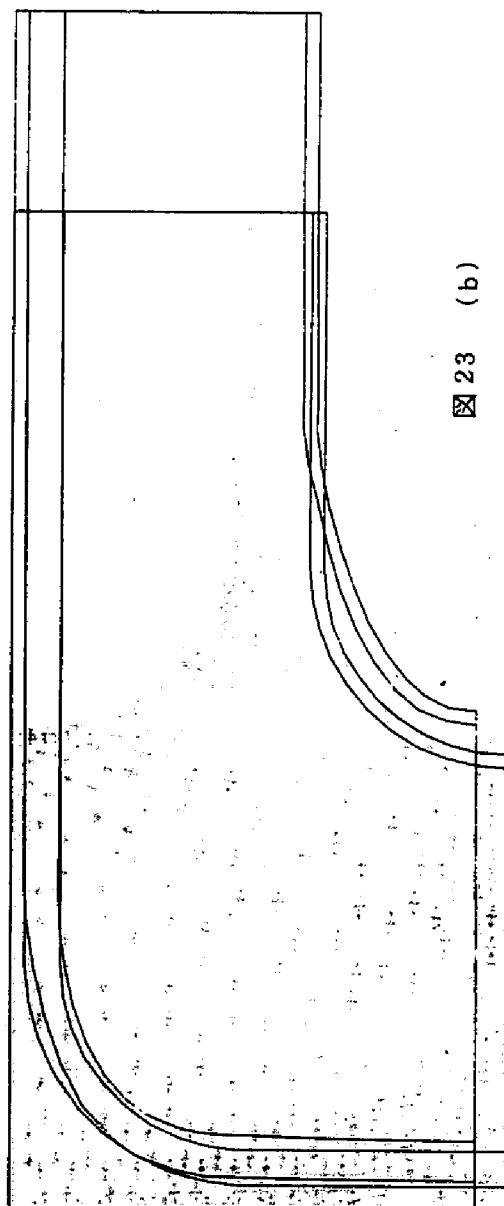


图 23 (b)

变位图

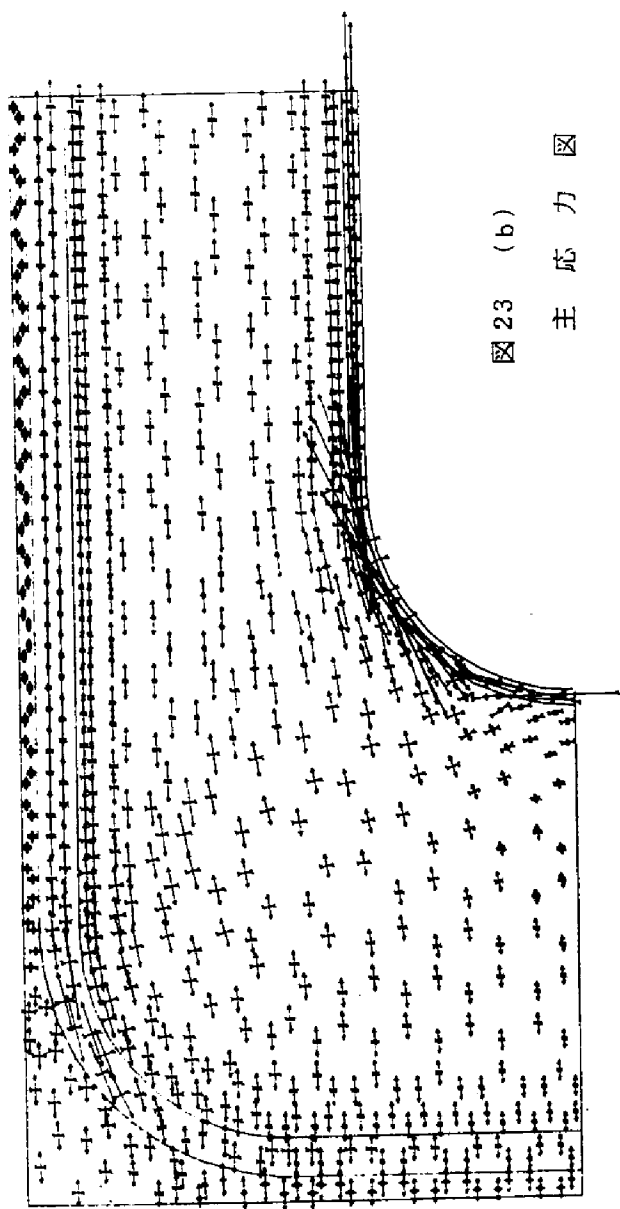


图 23 (b)

主 应 力

MAX = 5.600 kg/cm<sup>2</sup>

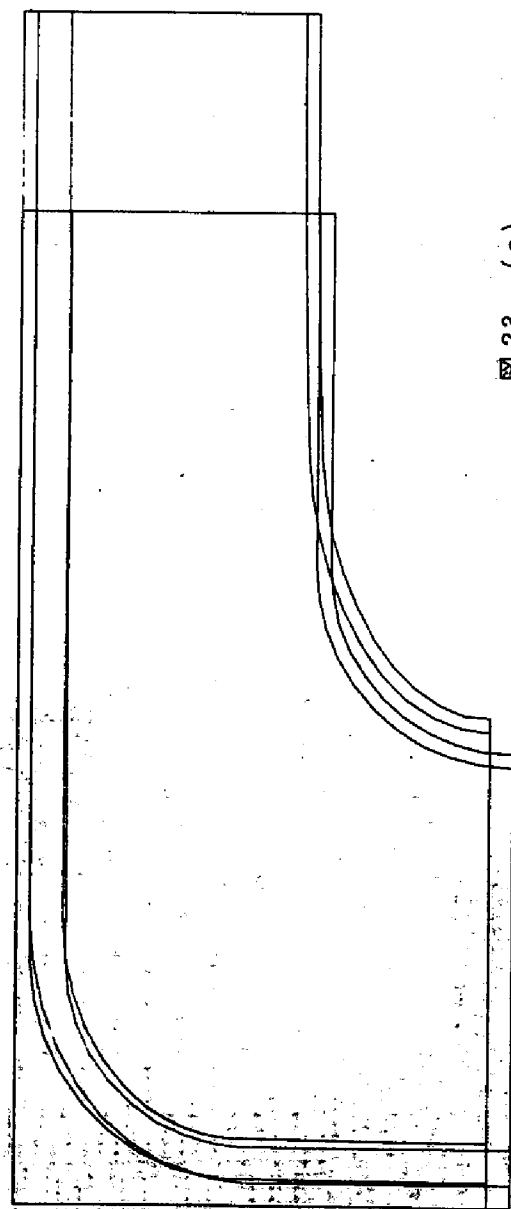


图 23 (c)  
变位图



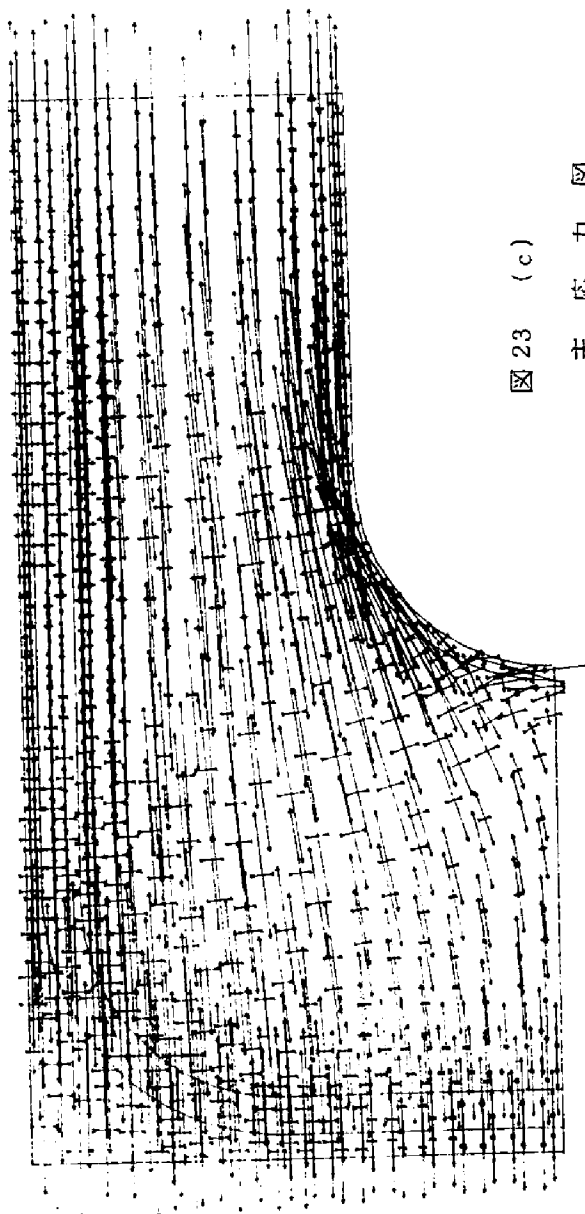


図 23 (c)

主 応 力 図

MAX = 750 kg/cm<sup>2</sup>

図 23 変位図および主応力図

#### 4.4 破壊面の観察結果と主応力分布

横引張試験や乾燥応力により発生した破壊面の観察結果<sup>116)~119)</sup>によれば、その部位はP, S1内およびそれらの境界に多く、ときにS1とS2との境界に現われることが報告されている。この破壊形は intrawall failure と呼ばれている。このタイプの破壊を Cousins<sup>116)117)</sup>は複合細胞間層内におけるマトリックスの強度に着目して、単純な長方形モデルの集合体により検討し、晩材部に多く出現することを定性的に説明している。他方、Cousins<sup>116)</sup>の観察によれば、晩材部で数パーセントと量は少ないが、細胞壁を分断する transwall failure も存在し、Koran<sup>118)</sup>は温度の上昇とともにこのタイプの破壊は減少することを報告している。

このように木材の横引張破壊面の観察結果によれば、細胞内の破壊(transwall failure)は少なく、細胞間のはく離(intrawall failure)が多いことが報告されているが、いずれもフラクトグラフィ的な検討はなされていない。したがって、計算結果と上記破壊形の特徴との関係を直ちに結びつけることは困難と思われるが、一つの解釈としてつぎのパターンが考えられる。

図24に示すように、一つの細胞の内腔部に生じる応力集中によりS3のフィブリルが引張切断する結果、クラックがS2に伝播し、この層ではフィブリルに沿って壁が引き裂かれ、S1に及ぶ、S1もS3と同様、フィブリルが引張に近い状態で切断される。あるいは、S1とS2の境界に沿ってクラックが進行する場合も考えられるが、ある程度破壊面が大きくなると、S1にかかる応力が大となり遂にはS1の破壊をもたらす。このようにして、最弱部と考えられるM+Pに達したクラックは4, 5, 6, に示すいずれかの径路で隣接細胞のS1につきあたるが、S1はM+Pと異なり、多くのフィブリルで補強されているため、これら両層の境界をクラックは進む。さらに、半径壁は比較的規則的な直線状の配列を有するので、クラックは伸長しやすいものと考えられる。このように考えると、一つの transwall failure により多くの intrawall failure が発現することになり、破壊面の観察結果と矛盾しない。

以上は一つの破壊形の考え方であるが、これらの挙動を明らかにするため

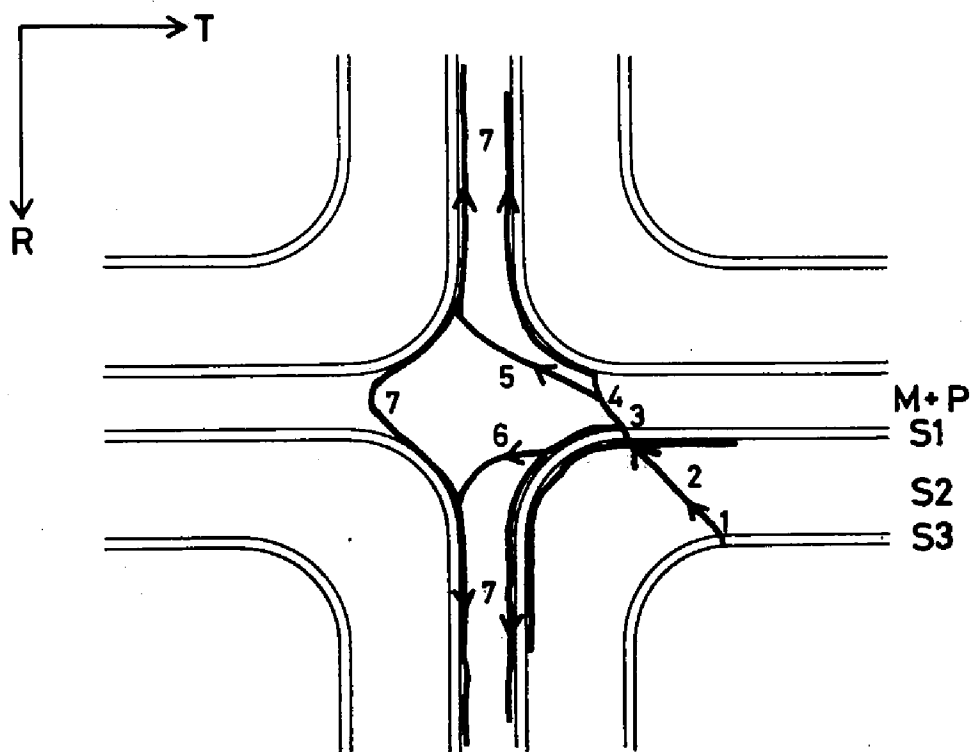


図 24 破壊モデル

$R$  : 半径方向

$T$  : 接線方向

には、十分な破壊面の観察と、適切なモデルの設定、とくに細胞内腔の形状や量的には少いが細胞間隙の評価、さらには、上記解析では考慮できないS1におけるフィブリルの交差構造や細胞壁積層構造に起因するカップリング効果の寄与を含めることも重要となる。すなわち、細胞のねじれによる細胞間隙のはく離も当然、破壊の要因と考えられ、繊維方向を含めた三次元の解析が、横引張下における細胞壁内の応力解析には欠くことはできないと考えられる。

## 要 約

細胞壁内の応力分布状態をヒノキ晩材の接線方向における引張の場合について、有限要素法により算出した。

モデル構造は佐伯のデータをもとに設定し、弾性定数はMarkが用いた骨格、マトリックスのそれから、直列および並列モデルをもとに彼が算出した値、Tangらの方法により筆者が算出した値ならびに2.1の実験結果より求めた値をもとに計算を行なった。その結果、

- (1) 応力は細胞内腔で最大となり、等方体の場合と異なりS2で極端にその値は小さくなること、
- (2) ヤング率は大きい値をとり、また、(1)のような応力状態より推して、第2章で検討したように細胞壁構造を考慮しなければならないこと、
- (3) 破壊面の観察結果との対応は一意的にとれないが、intra-wall failureが多く現われる原因を計算結果をもとに推定した。

これらは平面応力場の解をもとにした結果で、細胞壁の積層構造に起因するカップリング効果などの力学特性を評価することができない。このような効果にもとづく細胞のねじれも intra-wall failureの一因と考えられるため、繊維方向をも含めた解析が要求されるであろう。また、フィブリルの形状、分布およびその傾角など細胞壁の構造に関する知見の蓄積も応力解析には欠くことはできない。

## 結 び

木材横断面における巨視ないし顕微鏡的構造にみられる木材固有の複合構造の粘弾性異方性への寄与について混合則を適用して検討した。

木材のこのような構造に着目すると、木材は木材実質と空隙との2成分からなる多孔体とみなすことができ、木材実質率  $\theta$  とみかけのヤング率との間には、木材実質のヤング率を  $E_s$  とすると、

$$E = \theta^n E_s$$

あるいは

$$\log E = n \log \theta + \log E_s$$

の関係が与えられ、細胞の形状寸度、配列状態など多孔構造のヤング率への寄与は、上式の  $\theta$  と  $n$  (形状指数) の2因子によって評価できることになる。

そこで、 $\theta$  を比重  $\rho$  におきかえて、まず、既往の種々の研究をもとにヤング率の形状指数について検討を行ない、木材の半径、接線両方向においては各々 1.2 および 1.8 の値を、他方、金谷らや Gillis の細胞モデルからは接線方向で 2~3、半径方向で 1~3 の値をとることを示し、これら両結果の比較検討より、木材多孔構造の単純化された形状のみで木材横断面の弾性異方性は定量化できず、早・晩材、放射組織などを加えたその配列、分布を考慮しなければならないことを指摘した(第1章)。

このような木材固有の複合構造の弾性への寄与を定量化するための基礎データとして、温・湿度を厳密に規制した2種の条件(20℃, 45% R. H. および 50℃, 飽水)のもとで、形状指数を求めるとともに、上記の考え方を粘弾性に拡張した結果、形状指数は半径方向で 1.1、接線方向で 1.5 の値をとり、これらは温・湿度、時間ならびにひずみに依存しない量であることが見出された。また、多孔構造の実質部、すなわち、細胞壁の緩和弾性率について緩和弾性率—比重曲線から推定を試み、それは山田らや金谷らが行なったように、気乾・室温の場合には交点の比重より推して比較的良好な近似値を与えると考えられることを述べた。そして、簡単な細胞壁モデルより求

めた弾性率と上記近似値との比較検討も試み、フィブリル傾角や壁層厚など細胞壁における構造に関する知見をもとに適切なモデル構造体を案出する必要があることを論じた（第2章）。

ついで、上述の実験結果の考察を、等質等方性の樹脂板を基材とする多孔構造モデルによる実験結果と混合則に基づいて行ない、次のような結果を得た。木材横断面における異方性の主要因は細胞配列にあるが、木材には早・晩材、放射組織ならびに道管の分布型によって与えられる巨視的な積層構造があり、これら細胞群相互の複合効果を考慮すれば、異方性は定量化できると、また、このような複合構造の相互作用は時間に依存しない、換言すれば、木材の緩和機構は細胞壁実質に依存することが明らかとなった（第3章）。なお、多孔構造モデルは細胞の配列様式に重点をおき組み立てられた。

したがって、木材の緩和機構を解明するには、細胞壁内の応力状態を把握することが重要となる。最後に、この点についてヒノキ晩材部細胞を例に二次元弾性問題として有限要素法により解析した。計算の結果得られた細胞壁モデルにおける応力分布図は、細胞内腔部分に応力集中がみられ、破壊面の多く観察されている一次壁および二次壁外層付近には、大きな応力は発生しないこと、また、第2章で検討した細胞壁の弾性率、第3章において引用した西田の多孔体の応力集中に関する研究をもとにした検討結果と上記応力分布図とから、細胞壁の弾性率算出には細胞コーナー部分の評価が重要であることを論じた。他方、計算結果と intrawall failure が多いと報告されている破壊面観察結果との対応は一意的にとれないが、一つの可能性として、二次壁内層が破壊の核となることにより、量的に少ない transwall failure が多量の intrawall failure を誘引する原因となりうることを説明した。

以上、木材横断面における細胞の形状寸度および配列状態にみられる複合構造の粘弾性への寄与は、ほぼ定量化できたように思う。しかしながら、細胞壁の弾性率に関する詳細は、その構造についての知見に待たねばならず、本研究の対象であった粘弾性のみならず乾燥応力など木材固有応力の解析を含めて、今後の重要な課題となることは明らかである。

## 謝

## 辞

本研究を遂行するにあたり終始変らぬ激励と御指導を賜りました京都大学木材研究所，山田 正教授，また，論文のとりまとめに際し，有益な助言と討議を賜りました京都大学農学部，杉原彦一教授，原田 浩教授ならびに京都大学木材研究所木材物理部門の方々に対し深く感謝いたします。

なお，本研究の数値計算はそのほとんどが，京都大学大型計算機センター（機種FACOM 236 - 60/75）を利用して行なった。計算時間が大いに省力化できたことは言うまでもない。また，有限要素法の解析プログラムは東京大学大型計算機センター，ライブラリー・プログラムY6/TC/AA01（作成者；菊地他6名）をお手本として作成した。両計算機センターに対し，感謝の意を表する。

## 引 用 文 献

- 1) 林 毅編, “複合材料工学”, (1971)日科技連.
- 2) 日本化学会編, “複合材料”, 化学総説, No 8 (1975).
- 3) 山 田 正他, 木材研究, No 34 (1965), No 37 (1966),  
No 40 (1967), No 43 (1968), No 46 (1969), No 49 (1970),  
木材研究資料, No 5 (1971), No 6 (1972), No 7 (1973),  
No 8 (1974), No 9 (1975).
- 4) Price, A. T., Phil. Trans., 228, 1 (1929).
- 5) Barkas, W. W., Trans. Farad. Soc., 37, 535 (1941).
- 6) 金谷紀行, 山田 正, 木材研究, No 33, 47 (1964).
- 7) 金谷紀行, 山田 正, 木材研究, No 41, 47 (1967).
- 8) Gillis, P. P., Wood Sci. Tech., 6, 138 (1972).
- 9) Boutelje, J. B., Holzforschung, 16, 33 (1962).
- 10) Ylinen, A., Holz als Roh-und Werkstoff, 9, 299 (1942).
- 11) Schniewind, A. P., Forest Prod, J., 9, 350 (1959).
- 12) Mark, R. E., In W. A. Côté, Jr, (ed.) “Cellular Ultra-  
-Structure of Woody Plants”, P 493 - 533 (1965) Syracuse  
Univ. Press.
- 13) Mark, R. E., “Cell Wall Mechanics of Tracheids” (1967)  
Yale Univ. Press.
- 14) Mark, R. E. and P. P. Gillis, Wood and Fiber, 2, 79  
(1970).
- 15) Gillis, P. P., Fiber Science and Technology, 2, 193 (1970).
- 16) Tang, R. C., Wood and Fiber, 3, 210 (1972).
- 17) Tang, R. C., and N. N. Hsu, Wood and Fiber, 5, 139  
(1973).
- 18) Mark, R. E., In B. A. Jayne, (ed.) “Theory and of Design



- Wood and Fiber Composite Materials ", P49 - 82 (1972),  
Syracuse Univ. Press.
- 19) Schniewind, A. P. , *ibid.* P83 - 95 (1972) .
  - 20) Schniewind, A. P. , and J. D. Barrett, Wood and Fiber,  
1, 205 (1969) .
  - 21) Cave, I. D. , Wood Sci. , and Tech. , 2, 268 (1968) .
  - 22) Cave, I. D. , Wood Sci. , and Tech. , 3, 40 (1969) .
  - 23) Barrett, J. D. , and A. P. Schniewind, Wood and Fiber,  
5, 215 (1973) .
  - 24) Jaswon, M. A. , P. P. Gillis, and R. E. Mark, Proc.  
Roy. Soc. (London) A, 306, 389 (1968) .
  - 25) Gillis, P. P. , J. Polymer Sci. , A - 2, 7, 783 (1969) .
  - 26) Mark, R. E. , P. N. Kaloni, R. C. Tang, and P. P.  
Gillis, Text. Res. J. , 39, 203 (1969) .
  - 27) Kollmann, F. F. P. , and W. A. Côté, Jr. , "Principles  
of Wood Science and Technology I" (1968) Springer - Verlag.
  - 28) U. S. Dept. of Agr. , "Wood Handbook" (1955) .
  - 29) 梶田 茂編, "木材工学" (1961) 養賢堂.
  - 30) 農林省林業試験場編, "木材工業ハンドブック" (1958) 丸善.
  - 31) 堀岡邦典, 林試報, No 68 (1954) .
  - 32) Houwink, R. , "Elasticity, Plasticity and Structure of  
Matter" (1954) Cambridge at the University Press.
  - 33) 山井良三郎, 林試報, No 113 (1954) .
  - 34) Hearmon, R. F. S. , Forest Prod. Res. Sp. Rep. ,  
No 7 (1948) .
  - 35) 山田 正, 浦上弘幸, 宮野寛文, 材料, 12, 745 (1963) .
  - 36) Bodig, J. , and J. R. Goodman, Wood Science, 5, 249  
(1973) .

- 37) 藤田晋輔, 木材誌, 18, 427 (1972).
- 38) 大釜敏正, 山田 正, 第21回日本木材学会研究発表要旨, P 27 (1971).
- 39) 近藤連一編著, “多孔材料” (1973) 技報堂.
- 40) 堀 素夫, “多孔体に関する講習会テキスト”, 窯業協会, 73 (1970).
- 41) 堀 素夫, 応用物理, 40, 2 (1971).
- 42) 三平和雄, 大沢直志, 中山 晃, 高分子化学, 25, 80 (1968).
- 43) 大沢直志, 私信 (岐阜大学工学部) (1972).
- 44) Blair, E. A., *et al.*, “Cellular Plastics”, Proceedings of a Conference, April 1966, National Academy of Sciences-National Research Council (1967).
- 45) 大釜敏正, 山田 正, 材料, 20, 1194 (1971).
- 46) Ohgama, T., and T. Yamada, Wood Research, No 56, 28 (1974).
- 47) Kollmann, F. F. P., and H. Krech, Holz als Roh-und Werkstoff, 18, 41 (1960).
- 48) Pentoney, R. E., Composite Wood, 2, 131 (1955).
- 49) 鈴木正治, 京都大学学位論文 (1965).
- 50) Urakami, H., and K. Nakato, J. Japan Wood Res. Soc., 12, 118 (1966).
- 51) 伏谷賢美, 木材誌, 14, 18 (1968).
- 52) 山田 正, 京都大学農学部演習林報告, No 34, 159 (1963).
- 53) Hearmon, R. F. S., Proceeding of Second Symposium on Nondestructive Testing of Wood, 49 (1945).
- 54) 熊本乙彦, 音響学会誌, 9, 3 (1953).
- 55) 熊本乙彦, 音響学会誌, 9, 83 (1953).
- 56) 佐伯 浩, 京都大学学位論文 (1968).
- 57) Stamm, A. J., Ind. Eng. Chem., 30, 1280 (1938).

- 58) ファン, Y. C., 大橋他訳, “ 固体の力学 ” ( 1974 ) 培風館.
- 59) Calcote , L. R. , “ The Analysis of Laminated Composite Structures ” ( 1969 ) Van Nostrand Reinhold Company.
- 60) Perkins, R. W. , F. P. J. , 17, 59 ( 1967 ).
- 61) 植村益次, 山田直樹, 材料, 24, 156 ( 1975 ).
- 62) 林 毅, 日本機械学会誌, 71, 721 ( 1968 ).
- 63) 山脇弘一, 植村益次, 東京大学宇宙航空研究所報告, Vol. 7, No 2 ( A ), 315 ( 1971 ).
- 64) Lichteneker, K. , und K. Rother, Phys. Z. , 32, 225 ( 1931 ).
- 65) Hashin, Z. , and B. W. Rosen, J. Appl. Mach. , 31, 223 ( 1964 ).
- 66) 大釜敏正, 山田 正, 木材誌, 20, 166 ( 1974 ).
- 67) 大釜敏正, 山田 正, 材料, 24, 873 ( 1975 ).
- 68) 西田正孝, “ 応力集中 ” ( 1969 ) 森北出版.
- 69) Timoshenko, S. , and J. N. Goodier, “ Theory of Elasticity ” ( 1951 ) McGraw-Hill.
- 70) Higuchi, M. , Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu Univ. , 1 ( 1 ), 33 ( 1952 ).
- 71) Higuchi, M. , *ibid*, 2 ( 6 ) ( 1953 ).
- 72) 辻野哲司, 木材誌, 21, 265 ( 1975 ).
- 73) Lekhnitskii, S. G. , “ Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body ” ( 1963 ) Holden-Day, Inc.
- 74) 佐々木 光, 京都大学学位論文 ( 1966 ).
- 75) Stupnicki, J. , Holztechnologie, 11, 168 ( 1970 ).
- 76) Stupnicki, J. , Acta Polytechnica Scandinavica, Civil Eng. and Buil. Construction Series No 53 ( 1968 ).
- 77) 川村恵洋, 第 22 回日本木材学会研究発表要旨, P 76 ( 1972 ).

- 78) 川村恵洋, 私信 (新潟大学農学部) (1974).
- 79) 平井信之, 名古屋大学学位論文 (1973).
- 80) 中村吉紀, 藤田 稔, 佐伯 浩, 原田 浩, 第22回日本木材学会研究発表要旨, P 57 (1972).
- 81) Wardrop, A. P., and H. E., Dadswell, Aust. J. Res., B-Biol. Sci., 5, 223 (1952).
- 82) Sachs, I. B., I. J. Clark, and J. C. Pew, J. Poly. Sci., Part C, 2, 203 (1963).
- 83) Fengel, D., Holz als Roh-und Werkstoff, 23, 257 (1965).
- 84) Harada, H., J. Japan Wood Res. Soc., 8, 252 (1962).
- 85) McIntosh, D. C., F. P. J., 5, 355 (1955).
- 86) 山林 達, “木材組織学” (1962) 森北出版.
- 87) 貴島恒夫, 岡本省吾, 林 昭三, “原色木材大図鑑” (1970) 保育社.
- 88) 島地 謙, “木材解剖図説” (1964) 地球出版.
- 89) 「木材工業」編集委員会, “日本産主要木材” (1960) 日本木材加工技術協会.
- 90) 応力測定技術研究会編, “応力測定法” (1970) 朝倉書店.
- 91) Bärner, J., “Die Nutzhölzer der Welt”, (1962) Weinheim Verlag von J. Cramer.
- 92) 古川郁夫, 佐伯 浩, 原田 浩, 第23回日本木材学会研究発表要旨, P 171 (1973).
- 93) 古川郁夫, 佐伯 浩, 原田 浩, 第24回日本木材学会研究発表要旨, P 45 (1974).
- 94) Jayne, B. A., F. P. J., 10, 316 (1960).
- 95) Jentzen, C. A., F. P. J., 14, 387 (1964).
- 96) Leopold, B., and D. C. McIntosh, Tappi, 44, 235 (1961).
- 97) Samuelsson, L., Svensk Papperstidning, 22, 905 (1964).

- 98) Ifju, G. , and R. W. Kennedy, F. P. J. , 12, 213 (1962).
- 99) Chou, P. C. , J. Carleone, and C. M. Hsu, J. Compos. Mater. 6, 80 (1972).
- 100) Lyons, W. J. , J. Appl. Phys. , 30, 796 (1959).
- 101) Treloar, L. R. G. , Polymer, 1, 290 (1960).
- 102) Preston, R, D. , In W. A. Côté, Jr. , (ed.) " Cellular Ultrastructure of Woody plants " (1965) Syracuse Univ. Press.
- 103) Scallan, A. M. , Wood Science, 6, 266 (1974).
- 104) Zienkiewicz, O. C. , and Y. C. Cheung, " The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics " (1967) McGraw-Hill.
- 105) 三本木茂夫, 吉村信敏, " コンピュータによる構造工学講座 " I - 1 - B, 有限要素法による構造解析プログラム=考え方と解析 (1970) 培風館.
- 106) 戸川隼人, " FORTRANによる有限要素法入門 " (1974) サイエンス社.
- 107) ホランド・ベル著, 川井忠彦監訳, " 有限要素法-応力解析への応用 " (1972) 朝倉書店.
- 108) 山田嘉昭編, " マトリックス法の応用 " (1972) 東京大学出版会.
- 109) 平野菅保, 戸川隼人, 藤井 宏, 三好哲彦, " コンピュータによる構造工学講座 " II - 1 - A, 計算技術および数値計算法 (1971) 培風館.
- 110) 吉村信敏, 信原泰夫, 桜井達美, " コンピューターによる構造工学講座 " II - 2 - B, 有限要素法のプログラム・デザイン (1972) 培風館.
- 111) ウィーバー著, 山本善之訳, " 構造物解析のプログラム " (1968) 共立出版.
- 112) Eisemann, K. , L. Woo, and S. Namyet, J. of the Structural Division, ASCE, ST 4, 3365 (1962).
- 113) McCormick, C. W. , J. of the Structural Division, ASCE, ST 4, 3581 (1963).
- 114) 京都大学大型計算機センター編, " FACOM 230 - 60 ファイル利用の手引き " (1972).

- 115) 京都大学大型計算機センター編, "X-Yプロッタ利用の手引き"  
(1973).
- 116) Cousins, W. J., New Zealand Journal of Forestry Science,  
4 (1), 94 (1974).
- 117) Cousins, W. J., Wood Sci. and Tech., 8, 307 (1974).
- 118) Koran, Z., Tappi, 50, 60 (1967).
- 119) 藤田晋輔, 京都大学学位論文 (1974).
- 120) Meylan, B. A., and B. G. Butterfield, "Three-dimensional  
Structure of Wood", (1972) Syracuse Univ. Press.
- 121) 大釜敏正, 山田 正, レオロジー研究会シンポジウム, P 5 (1975).
- 122) 山田 正, 木材誌, 17, 37 (1971).
- 123) 山田 正, 木材研究資料, No 7, 64 (1973).
- 124) Brown, H. P., A. J. Panshin, and C. C. Forsaith,  
"Textbook of Wood Technology Vol. I" (1952).  
McGraw-Hill.
- 125) Palka, L. C., Wood Sci. and Tech., 7, 127 (1973).
- 126) Mark, R. E., and P. P. Gillis, Tappi, 56, 164 (1973).
- 127) 小林弥一, 須川豊伸, 林試報, No 150, P 141 (1963).

# 補遺 I 細胞壁のヤング率

図 11 (第 2 章) に示す細胞壁モデルのヤング率を算出する近似解法<sup>61)68)64)</sup>をつぎに説明する。ただし、無次元化をはかって、図 25 の解析モデルは縦、横とも単位長さとする。

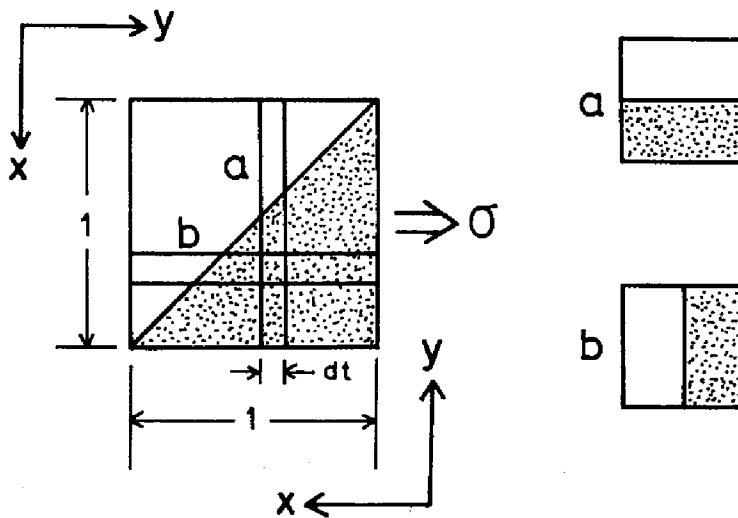


図 25 細胞壁解析モデル

1) 図 25 a に示すように、幅  $dt$  の微小部分が負荷方向に対し直列に積層されていると考える。この場合、応力  $\sigma$  によって生じるひずみは次式で与えられる。

$$\epsilon^p = \frac{\sigma^p}{E^p} = \frac{\sigma}{E^p} \quad (B-1)$$

ただし、 $p$  は微小部分での値を示す。ここで、

$$E^p = \frac{(E_x - E_y)^2 V^2 - (E_x - E_y)^2 V + \{(E_y \nu_{xy})^2 - E_x E_y\}}{\{(E_x - E_y) V - E_x\} (1 - \nu_{xy} \nu_{yx})} \quad (B-2)$$

$E_x, E_y$  : ヤング率,  $\nu_{xy}, \nu_{yx}$  : ポアソン比

$V$  : 図の下三角形に相当する部分の体積分率である。

負荷方向における解析モデルのヤング率  $E^{ps}$  はこの方向の直応力  $\sigma$  と平均ひずみ  $\epsilon^{ps}$  の比で与えられることを考慮すれば、(B-1), (B-2) 式より、

$$\begin{aligned} \frac{1}{E^{ps}} &= \frac{\epsilon^{ps}}{\sigma} = \frac{1}{\sigma} \int_0^1 \epsilon^p dV = \int_0^1 \frac{dV}{E^p} \\ &= (1 - \nu_{xy} \nu_{yx}) \int_0^1 \frac{(E_x - E_y) V - E_x}{(E_x - E_y)^2 V^2 - (E_x - E_y)^2 V + \{(E_y \nu_{xy})^2 - E_x E_y\}} dV \end{aligned} \quad (B-3)$$

で与えられる。

上式のポアソン比による効果を見捨てた場合のヤング率  $E^c$  は

$$\frac{1}{E^c} = \int_0^1 \frac{dV}{(E_y - E_x) V + E_y} = \frac{1}{E_y - E_x} \ln \frac{E_y}{E_x} \quad (B-4)$$

となる。ここで、

$$E^c \geq E^{ps} \quad (B-5)$$

の関係が成立することは明らかである。

ii) i) と同様に図 25 b に示すような微小部分を考える。すなわち、負荷



方向に対して並列に配置した幅  $dt$  の無限個の積層板により解析モデルが構成されているとする。

この場合

$$\sigma^s = E^s \varepsilon^s = E^s \varepsilon$$

ただし、 $s$  は微少部分での値を示す。

ここで、

$$E^s = \frac{E_x E_y}{E_y V + E_x (1-V)} \quad (\text{B-6})$$

の関係が成立することを考慮すれば、負荷方向のヤング率  $E^{sp}$  は、この方向の直ひずみ  $\varepsilon$  に対する平均の応力  $\sigma^{sp}$  の比で与えられ、

$$\begin{aligned} E^{sp} &= \int_0^1 \frac{E_x E_y}{(E_y - E_x)V + E_x} dV \\ &= \frac{E_x E_y}{E_y - E_x} \ln \frac{E_y}{E_x} \end{aligned} \quad (\text{B-7})$$

となる。

弾性率の下界は最小仕事の原理  $U \leq U^\sigma$ 、上界は最小ポテンシャルエネルギーの定理  $U \leq U^\varepsilon$ 、により求められる。<sup>58)~62) 65)</sup> ここに  $U^\sigma$  は、外部では応力の境界条件を満たし、内部では釣合条件を満足する任意の応力状態に対するひずみエネルギーである。 $U^\varepsilon$  は、物体表面では規定された変位の境界条件を満たすひずみ状態に対するひずみエネルギーである。

これらの定理を Ⅰ), Ⅱ) に適用すれば、第 2 章に示す上限値 ( $E_{up}$  および  $E_{up}^*$ ) が Ⅰ) より、下限値 ( $E_{low}$ ) が Ⅱ) より得られる。

## 補 遺 Ⅰ 混合則による木材のヤング率算出プログラム

つぎに示すプログラムはシオジの例であり、(1)初期値の設定、(2)多孔モデル (細胞群) の弾性率、(3)多孔積層体としての木材の弾性率、(4)出力の順で計算が行なわれるようデザインされている。また、この計算手順中には、

(1)放射組織の弾性率；RAYE，(2)細胞壁率；FWS，(3)正方形モデルの弾性率；EQUAD，(4)千鳥型モデルで木材の半径および接線方向に相当する弾性率；ESTGR，ESTGT，(5)木材実質率；SLD，(6)直列および並列モデルの弾性率；ES，EP を算出するための副プログラムが含まれている。

```

SUBROUTINE SUB3
C ***** SHIOJI *****
C "RING POROUS WOOD"
C RING ZONE
C VESSEL ...QUADRATELY
C FIBER ... STAGGERINGLY
C AE ZONE
C VESSEL,FIBER ... STAGGERINGLY
C AL ZONE (FIBER ONLY) ... QUADRATELY
C
WRITE(6,20)
20 FORMAT(1H1/1H0,10H* SHIOJI */1H ,22X,
15HFIBER,41X,15HYOUNG'S MODULUS/1H ,10X,
29HLATE-WOOD,11X,10HEARLY-WOOD,15X,
31OHWHOLE WOOD,24X,3HRAY/1H ,6X,8HDIAMETER
4,2X,9HTHICKNESS,1X,8HDIAMETER,2X,9HTHICKN
5ESS,8X,1HR,14X,1HT,12X,5HPARA.,9X,7HPERPE
6N.,8X,7HDENSITY)
AV=0.25
AR=0.13
VFFV1=0.349
VFFV2=0.0872
DO 100 I=2,6,2
AL=FLOAT(I)*0.01
AE=1.-(AR+AL+AV)
WRITE(6,30) AL,AR
30 FORMAT(1H0,5X,3OHVOLUME FRACTION ... LATE
1WOOD =,E10.3,5X,5HRAY =,E10.3)
DO 100 J=15,25,10
DL=FLOAT(J)
DO 100 K=2,3
THL=FLOAT(K)
VFFL=FWS(DL,THL)
DO 100 L=20,35,15
DE=FLOAT(L)
DO 100 M=15,25,10
THE=FLOAT(M)*0.1
VFFE=FWS(DE,THE)
EFRE=ESTGR(VFFE)
EFTG=ESTGT(VFFE)

```

```

C      * * * AV ZONE * * *
      V1=1.-V1V1
      EVRT=EQUAD(V1)
      ER1=ES(EVRT,EFRE,V1V1)
      ET1=ES(EVRT,EFTE,V1V1)
      SOLID1=SLD(AV,VFFE,V1V1)
C      * * * AE ZONE * * *
      V2=1.-V2V2
      EVR2=ESTGR(V2)
      EVT2=ESTGT(V2)
      ER2=ES(EVR2,EFRE,V2V2)
      ET2=ES(EVT2,EFTE,V2V2)
      SOLID2=SLD(AE,VFFE,V2V2)
C      * * * AV+AE ZONE * * *
      AREA1=AV+AE
      VV1=AV/AREA1
      ERC=ES(ER1,ER2,VV1)
      ETC=EP(ET1,ET2,VV1)
C      * * * AL ZONE * * *
      EFRT=EQUAD(VF1L)
      SOLID3=AL*VF1L
C      * * * AV+AE+AL ZONE * * *
      AREA2=AREA1+AL
      VV2=AREA1/AREA2
      ER=ES(ERC,EFRT,VV2)
      ET=EP(ETC,EFRT,VV2)
      SOLID=SOLID1+SOLID2+SOLID3
      DENS=(SOLID/AREA2)*1.5
C      * * * RAY * * *
      CALL RAYE(DENS,ERAYR,ERAYT,1.7)
C      * * * WHOLE WOOD * * *
      YGMDR=EP(ER,ERAYR,AREA2)
      YGMDT=ES(ET,ERAYT,AREA2)
      WRITE(6,500) DL,THL,DE,THE,YGMDR,YGMDT,
1 ERAYR,ERAYT,DENS
500 FORMAT(1H ,5X,4(2X,F7.3,1X),5(3X,E12.5))
100 CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

C      SUBROUTINE RAYE(A,B,C,FE2)
C      SUBPROGRAM FOR CALCULATING ELASTIC
C      MODULUS OF RAY TISSUE
C      A = SPECIFIC GRAVITY
C      B,C = ELASTIC MODULI PARALLEL AND
C      PERPENDICULAR TO CELL AXIS OF
C      RAY TISSUE
C      FE1,FE2 = FORTH EXPONENT
      ALG=ALOG10(A)
      FE1=1.0
      Y1=5.0972573-FE1*0.1760913
      Y2=5.2417954-FE2*0.1760913
      ELAS1=Y1+FE1*ALG
      ELAS2=Y2+FE2*ALG
      B=EXP10(ELAS1)
      C=EXP10(ELAS2)
      RETURN
      END

C      FUNCTION FWS(A,B)
C      SUBPROGRAM FOR CALCULATING PROPORTION
C      OF CELL WALL SUBSTANCE OF WOOD FIBER
C      A = DIAMETER
C      B = THICKNESS
      A1=0.5*A
      B1=B
      C=A1**2
      FWS=(2.*A1*B1-B1**2)
      RETURN
      END

C      FUNCTION EQUAD(A)
C      SUBPROGRAM FOR CALCULATING ELASTIC MODULUS
C      OF MODEL WITH QUADRATE ALIGNMENT
C      A = VOLUME FRACTION OF MODEL SUBSTANCE
      E=1.62*ALOG10(A*1.5)+4.1178526
      EQUAD=EXP10(E)
      RETURN
      END

C      FUNCTION ESTGR(A)
C      SUBPROGRAM FOR CALCULATING ELASTIC MODULUS
C      OF MODEL WITH STAGGERING ALIGNMENT
C      (R-DIRECTION)
C      A = VOLUME FRACTION OF MODEL SUBSTANCE
      E=1.71*ALOG10(A*1.5)+4.1020044
      ESTGR=EXP10(E)
      RETURN
      END

```

```

C      FUNCTION ESTGT(T)
C      SUBPROGRAM FOR CALCULATING ELASTIC MODULUS
C      OF MODEL WITH STAGGERING ALIGNMENT
C      (T-DIRECTION)
C      A = VOLUME FRACTION OF MODEL SUBSTANCE
C      E=2.09*ALOG10(A*1.5)+4.0350897
C      ESTGT=EXP10(E)
C      RETURN
C      END

```

```

C      FUNCTION SLD(A,B,C)
C      A = AREA OF AREA1 OR AREA2
C      B = FRACTIONAL VOLUME OF WOOD FIBER
C      C = FRACTIONAL VOLUME OF VESSEL IN
C           AREA1 OR AREA2
C      SLD=(A-A*C)*B
C      RETURN
C      END

```

```

C      FUNCTION EP(A,B,CA)
C      SUBPROGRAM FOR CALCULATING ELASTIC
C      MODULUS OF PARALLEL MODEL (TWO PHASE)
C      A,B = ELASTIC MODULI OF TWO COMPONENTS
C      COMPOSING GIVEN MATERIAL
C      CA = VOLUME FRACTION OF COMPONENT "A"
C      CB=1.-CA
C      EP=A*CA+B*CB
C      RETURN
C      END

```

```

C      FUNCTION ES(A,B,CA)
C      SUBPROGRAM FOR CALCULATING ELASTIC
C      MODULUS OF SERIES MODEL (TWO PHASE)
C      A,B = ELASTIC MODULI OF TWO COMPONENTS
C      COMPOSING GIVEN MATERIAL
C      CA = VOLUME FRACTION OF COMPONENT "A"
C      CB=1.-CA
C      EDUMMY=CA/A+CB/B
C      ES=1./EDUMMY
C      RETURN
C      END

```

### 補 遺 Ⅲ 細胞壁層の弾性定数

<sup>17)</sup>  
TangらはChow<sup>99)</sup>らの積層体の弾性定数算出法を応用し、細胞壁層の弾性定数を求めている。すなわち、図 26 に示すように細胞壁層内でフィブリン（骨格）が配列しているものとし、さらに、フィブリンとマトリックスが構

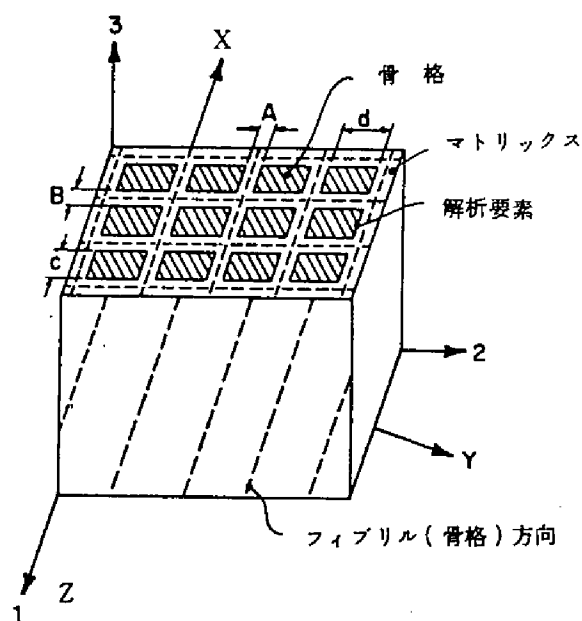


図 26 骨格とマトリックスの複合構造<sup>17)</sup>

成する基本形として図 27 に示す要素を考える。図 27 の上に示すように解析要素を分割し、まず、 $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ で構成される積層体 ( $K$ ) の弾性定数を算出し、これと  $M$ ,  $N$ とからなる積層体としての解析要素の弾性定数を算出する。図 27 の解析要素を分割する場合、骨格の長辺に平行および直角方向の 2 方法が考えられる。表 13 の計算値はこれらの平均である。

つぎに、積層体の弾性定数算出式を示しておく。

図 28 に示す  $n$  層からなる積層体を考える。ただし、各層は 1—2 面を対

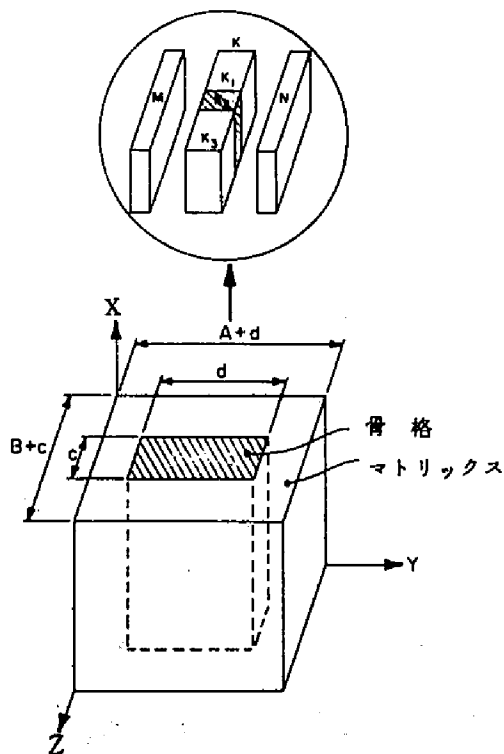


図 27 解析要素モデル<sup>17)</sup>

称面とする単斜晶系であるとする。

直交異方性体や等方体はこの特殊な場合となる。

応力の釣合条件ならびにひずみの適合条件から、

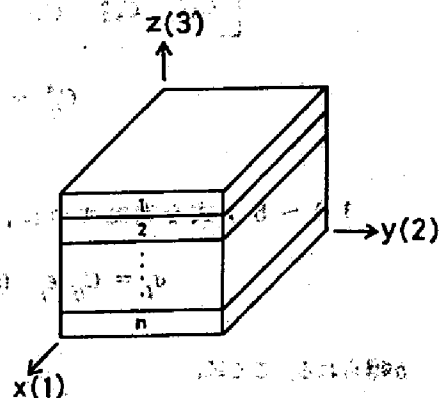


図 28 積層体モデル<sup>99)</sup>

$$\epsilon_i = \epsilon_i^k \quad (i = 1, 2, 6 ; k = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{A-1})$$

$$\sigma_i = \sigma_i^k \quad (i = 3, 4, 5 ; k = 1, 2, \dots, n) \quad (\text{A-2})$$

$$\epsilon_i = \sum_{k=1}^n V^k \epsilon_i^k \quad (i = 3, 4, 5) \quad (\text{A-3})$$

$$\sigma_i = \sum_{k=1}^n V^k \sigma_i^k \quad (i = 1, 2, 6) \quad (\text{A-4})$$

$V$  :  $i$  層の体積分率

さらに、フックの法則から

$$\sigma_i^k = C_{ij}^k \epsilon_j^k \quad (i = 1, \dots, 6 ; k = 1, \dots, n) \quad (\text{A-5})$$

ここで

$$[C_{ij}^k] = \begin{bmatrix} C_{11}^k & C_{12}^k & C_{13}^k & 0 & 0 & C_{16}^k \\ C_{21}^k & C_{22}^k & C_{23}^k & 0 & 0 & C_{26}^k \\ C_{31}^k & C_{32}^k & C_{33}^k & 0 & 0 & C_{36}^k \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^k & C_{45}^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{54}^k & C_{55}^k & 0 \\ C_{61}^k & C_{62}^k & C_{63}^k & 0 & 0 & C_{66}^k \end{bmatrix}$$

$$C_{ij}^k = C_{ji}^k, i \neq j$$

(1) ~ (5) 式を考慮すれば、積層体の応力とひずみの関係

$$\sigma_i = C_{ij} \epsilon_j \quad (i, j = 1, \dots, 6) \quad (\text{A-6})$$

が得られる。ここに、



$$C_{ij} = \sum_{k=1}^n v^k \left[ C_{ij}^k - \frac{C_{i3}^k C_{3j}^k}{C_{33}^k} + \frac{C_{i3}^k \sum_{l=1}^n \frac{v^l C_{3l}^l}{C_{33}^l}}{C_{33}^k \sum_{l=1}^n \frac{v^l}{C_{33}^l}} \right] \quad (i, j = 1, 2, 3, 6)$$

$$C_{ij} = C_{ji} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 6; j = 4, 5)$$

$$C_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n \frac{v^k}{\Delta'_k} C_{ij}^k}{\sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \frac{v^k v^l}{\Delta'_k \Delta'_l} (C_{44}^k C_{55}^l - C_{45}^k C_{54}^l)} \quad (i, j = 4, 5)$$

$$\Delta'_k = \begin{vmatrix} C_{44}^k & C_{45}^k \\ C_{54}^k & C_{55}^k \end{vmatrix}$$

(A-6) 式のスティッフネス・マトリックスより

$$[S_{ij}] = [C_{ij}]^{-1}$$

なるコンプライアンス・マトリックスを求めれば、積層体の各実用弾性率を求めることができる。